Zadanie 1.

Dla rozkładu jednostajnego $\mu = 2$ oraz $\sigma = \sqrt{\frac{1}{3}}$

Dla dostatecznie dużego *n*, na mocy Centralnego Twierdzenia $S_n \approx N(n\mu; \sqrt{n}\sigma)$, gdzie

$n\mu = 384$

$\sqrt{n}\sigma = \sqrt{192} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = 8$

A zatem: $S_{192} \sim N(384; 8)$.

$$P(364 < S_{192} < 400) = P\left(\frac{364-384}{8} < Z < \frac{400-384}{8}\right) = P(-2{,}5 < Z < 2) =$$

$$= \Phi(2) - \Phi(-2{,}5) = \Phi(2) - 1 + \Phi(2{,}5) = 0{,}9772 - 1 + 0{,}9938$$

Zadanie 2.

Dla rozkładu Poissona $\mu = \lambda = 4$ oraz $\sigma = \sqrt{\lambda} = 2$

Dla dostatecznie dużego *n*, na mocy Centralnego Twierdzenia $S_n \approx N(n\mu; \sqrt{n}\sigma)$, gdzie

$n\mu = 400$

$\sqrt{n}\sigma = 20$

A zatem: $S_{100} \sim N(400;20)$.

Obliczamy prawdopodobieństwo, uwzględniając poprawkę na dyskretny charakter przybliżanego rozkładu:

$$P(S_{100} < 440) = P(S_{100} \le 439) = P(S_{100} \le 439 + 0{,}5) = P\left(Z \le \frac{439{,}5 - 400}{20}\right) = P(Z \le 1{,}975) =$$

$$= \Phi(1{,}975) = 0{,}976$$

Zadanie 3.

$$\mu = EX = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx = \int_{-1}^{1} x \cdot \frac{3}{2}x^2 dx = \frac{3}{2}\int_{-1}^{1} x^3 dx = 0$$

$$EX^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)dx = \frac{3}{2}\int_{-1}^{1} x^4 dx = \frac{3}{5}$$

$$\sigma^2 = EX^2 - (EX)^2 = \frac{3}{5}$$

Parametry wynoszą:

$$n\mu = 0$$

$$\sqrt{n}\sigma = \sqrt{135} \cdot \sqrt{\frac{3}{5}} = 9$$

Wobec tego rozkład sumy S_{135} jest rozkładem normalnym $N(0; 9)$.

Obliczamy zatem prawdopodobieństwo:

$$P(S_{135} > -11) = P\left(Z > \frac{-11-0}{9}\right) = 1 - P\left(Z \le -\frac{11}{9}\right) = 1 - \Phi\left(-\frac{11}{9}\right) = \Phi(1{,}22) = 0{,}8888$$

Zadanie 4.

$$\mu = EX = 0{,}6$$

$$EX^2 = 0{,}8$$

$$\sigma^2 = EX^2 - (EX)^2 = 0{,}44$$

Parametry rozkładu przybliżającego:

$$n\mu = 105{,}6$$

$$\sqrt{n}\sigma = 8{,}8$$

Wobec tego rozkład sumy S_{176} jest rozkładem normalnym $N(105{,}6; 8{,}8)$.

Obliczamy prawdopodobieństwo, uwzględniając poprawkę na dyskretny charakter przybliżanego rozkładu:

$$P(S_{176} < 100) = P(S_{176} \le 99) = P(S_{176} \le 99{,}5) = P\left(Z \le \frac{99{,}5 - 105{,}6}{8{,}8}\right) = P(Z \le -0{,}69) =$$

$$= \Phi(-0{,}69) = 1 - \Phi(0{,}69) = 1 - 0{,}7549$$