SPRAWDZIAN I

Imię i nazwisko:

Nr indeksu:

Nr grupy:

Uwaga! Sprawdzian jest testem wielokrotnego wyboru, gdzie wszystkie możliwe kombinacje odpowiedzi są dopuszczalne (tj. zarówno wszystkie odpowiedzi poprawne, część odpowiedzi poprawna jak i brak odpowiedzi poprawnych). Poprawne odpowiedzi należy zaznaczyć, z lewej strony kartki, symbolem "+". Natomiast symbol "-" jak i brak symbolu przy odpowiedzi oznacza odpowiedź niepoprawną. Pytanie jest uznane za poprawnie rozwiązane (tj. +1pkt) wtedy i tylko wtedy gdy wszystkie jego odpowiedzi zaznaczone są poprawnie. Życzymy powodzenia ...

1. Niech $A = \emptyset$, $B = \{\emptyset\}$ oraz $C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 1, 2\}$, stąd:
   (a) **[–]** $|A \cap B| = 1$,
   (b) **[+]** $|B \cap C| = 1$,
   (c) **[–]** $|(C \setminus B) \setminus A| = |(C \cup B) \cup A|$.
2. Niech $\Sigma = \{a\}$ oraz $X = \{w \in \Sigma^* : |w| \leq 3\}$, wtedy:
   (a) **[–]** $P(X) = \{a, aa, aaa\}$,
   (b) **[+]** $|P(X)| = 16$,
   (c) **[+]** $\Sigma \in P(X)$.
3. Które z poniższych zdań jest prawdziwe:
   (a) **[–]** $[2, 3] \cup \mathbb{N} = \mathbb{N}$,
   (b) **[–]** $(2, 3) \oplus \mathbb{N} = \mathbb{N} \setminus \{2, 3\}$,
   (c) **[–]** $\{2, 3\} \setminus \mathbb{N} = (2, 3)$?
4. Czy istnieją zbiory A, B oraz C takie, że $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$ i $(A \cap B) \setminus C = \emptyset$?
   (a) **[–]** Tak, dla dowolnych zbiorów A, B i C.
   (b) **[–]** Tak, dla pewnych zbiorów A, B i C.
   (c) **[+]** Nie.
5. Niech A, B oraz C będą zbiorami niepustymi, wtedy:
   (a) **[+]** $A \oplus B \oplus C \subset A \cup B \cup C$,
   (b) **[–]** $(A \cap B) \subset C' \cup (A \cap B)$,
   (c) **[–]** $C' \setminus (A \cup B) = \emptyset$.
6. Niech $A = \{1, 2, 3\}$ oraz $B = \{x : x \text{ jest liczbą pierwszą}\}$, wtedy:
   (a) **[–]** $A \times B = B \times A$,
   (b) **[+]** $|A \times B| = |B \times A|$,
   (c) **[+]** $(\{2, 3\} \times \{2, 3\}) \subset A \times B$.
7. Niech $A_t = \{x \in \mathbb{N} : t|x\}$, wtedy:
   (a) **[+]** jeżeli $T = \{2, 3, 5\}$, to $\bigcap_{t \in T} A_t = \{x \in \mathbb{N} : (2 \cdot 3 \cdot 5) |x\}$,
   (b) **[–]** jeżeli $T = \{2, 3, 5\}$, to $\bigcup_{t \in T} A_t = \{x \in \mathbb{N} : (2 \cdot 3 \cdot 5) |x\}$,
   (c) **[+]** jeżeli $T = \{2, 3\}$, to $\bigcap_{t \in T} A_t \setminus \bigcup_{t \in T} A_t = \emptyset$.

8. Niech $A_t = \left[0, \frac{1}{t}\right]$, wtedy:
   (a) [–] $\bigcup_{t=1}^{\infty} A_t = [0, \infty)$,
   (b) [–] $\bigcup_{t=1}^{\infty} A_t = [0, 1)$,
   (c) [+] $\bigcap_{t=1}^{\infty} A_t = \{0\}$,
9. Jeżeli zdanie $\neg p \to q$ jest fałszywe, to:
   (a) [+] zdanie $\neg p \leftarrow q$ jest prawdziwe,
   (b) [+] zdanie $p \vee \neg q$ jest prawdziwe,
   (c) [–] zdanie $p \leftrightarrow q$ jest fałszywe.
10. Dla którego z poniższych stwierdzeń istnieje kontrprzykład:
    (a) [+] jeżeli $a \in \mathbb{N}$ i $b \in \mathbb{Z}$, to $a \cdot |b| < c$, gdzie c dowolną liczbą naturalną,
    (b) [–] jeżeli $a \in \mathbb{N}$ i $b \in \mathbb{Z}$, to $a \cdot |b| \geq c$, gdzie c dowolną liczbą całkowitą ujemną,
    (c) [–] $\sqrt{x} = z$ wtedy i tylko wtedy, gdy $z \geq 0$, gdzie $x, z \in \mathbb{R}$.
11. Które z poniższych stwierdzeń jest tautologią rachunku zdań:
    (a) [+] $(p \wedge \neg p) \vee (q \oplus \neg q)$,
    (b) [+] $\neg (p \wedge \neg q) \leftrightarrow \neg p \vee q$,
    (c) [–] $(p \to q) \leftrightarrow ((p \wedge \neg q) \to p)$?
12. Niech $p \leftrightarrow q$ oraz $q \to r$ i r będą zbiorem przesłanek, wtedy:
    (a) [+] zbiór ten jest niesprzeczny,
    (b) [–] wnioskiem ze zbioru przesłanek jest stwierdzenie $p \wedge q$,
    (c) [–] wnioskiem ze zbioru przesłanek jest stwierdzenie $r \to p$.
13. Które z poniższych wyrażeń jest prawdziwe:
    (a) [–] $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{Q} (x = y)$,
    (b) [+] $\forall x \in \mathbb{Q} \exists y \in \mathbb{R} (x = y)$,
    (c) [+] $\exists x \in \mathbb{Z} \forall y \in \mathbb{N} ((x < y - 1) \vee (x \geq y - 1))$?
14. Zdanie $\forall x \exists y \forall z \, (p\,(x, y, z))$ jest równoważne zdaniu:
    (a) [–] $\exists y \forall x \forall z \, (p\,(x, y, z))$,
    (b) [+] $\forall x \exists y \neg \exists z \, (\neg p\,(x, y, z))$,
    (c) [+] $\neg \exists x \forall y \exists z \, (\neg p\,(x, y, z))$.
15. Które z poniższych wyrażeń jest tautologią rachunku kwantyfikatorów:
    (a) [–] $\forall x \exists y \, (p\,(x, y)) \to \exists x \forall y \, (p\,(x, y))$,
    (b) [–] $\forall x \exists y \, (p\,(x, y)) \leftarrow \exists x \forall y \, (p\,(x, y))$,
    (c) [+] $\exists x \exists y \forall z \, (p\,(x, y, z)) \to \forall z \exists x \exists y \, (p\,(x, y, z))$?
16. Prowadzący zajęcia ćwiczeniowe z MAD jest:
    (a) leworęczny,
    (b) praworęczny,
    (c) nie wiem, ale jeżeli jest leworęczny, to nie jest praworęczny.