

Imię i nazwisko: ..... Nr indeksu: ..... Nr grupy: .....

Studia: dzienne, ITN

Suma punktów:

Z.1 Z.2 Z.3 Z.4 Z.5 Z.6 Z.7 Z.8 Z.9 Z.10

**Zadanie 1.** Firma zakupiła nowy program komputerowy sterujący produkcją online. Można założyć, że czas wykonania wytwarzanych elementów jest zmienną losową o rozkładzie normalnym o znanej wariancji 81 ( $\text{min.}^2$ ). Dla 9-ciu losowo wybranych elementów obliczono średni próbkowy czas wykonania 33 minuty. Średni czas wykonania elementu przy stosowaniu starego programu wynosił 36 minut. Czy można twierdzić, że średni czas wykonania elementu zmniejszył się przy stosowaniu nowego programu. Przyjmij poziom istotności 0,05. Uzupełnij poniższe punkty:

1. Hipoteza zerowa  $H_0$ : ..... Hipoteza alternatywna:  $H_1$ : .....
2. Statystyka testowa: = ..... ma rozkład .....
3. Wartość statystyki testowej: ..... Kwantyl .....
4. Zbiór krytyczny: .....
5. Decyzja i jej uzasadnienie .....

**Zadanie 2.** Badano skuteczność diety odchudzającej. Dla 5-ciu osób zanotowano wagi przed i po zastosowaniu diety.

Osoba	1	2	3	4	5
Waga „przed”	85	90	100	110	85
Waga „po”	80	85	80	90	90

Można przyjąć, że różnica wag przed i po zastosowaniu diety jest zmienną losową o rozkładzie normalnym. Czy na podstawie powyższych danych można stwierdzić, że dieta zmniejsza wagę? Przyjmij poziom istotności 0,01. Dokończ poniższe etapy wnioskowania:

1. Model:  $D_i = X_i - Y_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 5$ , są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie  $N(\mu, \sigma)$ , gdzie  $\mu = \mu_1 - \mu_2$ ,  $\mu_1 = E(X_i)$ ,  $\mu_2 = E(Y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, 5$ . Zmienna  $X_i$  oznacza wagę przed, a  $Y_i$  wagę po zastosowaniu diety przez i-tą osobę.
2. Hipotezy:  $H_0: \mu = 0$ ,  $H_1: \mu \dots$
3. Statystyka testowa: = ..... ma rozkład .....
4. Obliczona wartość statystyki .....
5. Zbiór krytyczny  $C =$
6. Decyzja i jej uzasadnienie .....

**Zadanie 3.** Zbadano jakość paliwa na stu wylosowanych stacjach benzynowych. W 20% stacji paliwo nie spełniało norm jakości. Wyznacz przybliżony 95 % przedział ufności dla proporcji stacji, w których sprzedawane paliwo nie spełnia norm jakości. Wyjaśnij sens wyznaczonego przedziału. Jak zmieni się przedział, jeśli zwiększymy poziom ufności?

**Zadanie 4.** Zanotowano czasy wykonania pewnego programu (w sek)

6 d 6 3 7 6 6 4 10 3 30,

gdzie  $d$  jest zagubioną obserwacją. Przedtem jednak obliczono średni próbkowy czas  $\bar{x} = 8$  (sek). (a) Wyznacz  $d$ , medianę oraz dolny i górny kwartył. (b) Czy są obserwacje odstające?

**Zadanie 5.** Wysokość miesięcznego wynagrodzenia brutto absolwenta Wydziału SUKCES jest zmienną losową o  $X$  rozkładzie normalnym o wartości średniej 4500 (zł) oraz wariancji 10000 (zł.<sup>2</sup>)  
Dochód netto obliczany jest według wzoru  $Y = 0,8 \cdot X - 100$ . Jaki procent absolwentów ma dochód netto przekraczający 3400 zł?

**Zadanie 6.** Liczba egzaminów, których nie zda w czasie sesji losowo wybrany student I roku uniwersytetu BESTofBEST ma rozkład dwumianowy z parametrami  $k = 4$  oraz  $p = 0,1$ . (a) Jaka jest wartość oczekiwana i wariancja liczby niezdanych egzaminów przez losowo wybranego studenta?  
(b) Oblicz przybliżone prawdopodobieństwo, że wśród stu losowo wybranych studentów I roku liczba niezdanych egzaminów będzie nie mniejsza 30 oraz nie większa niż 50. Liczby niezdanych egzaminów przez różnych studentów są niezależnymi zmiennymi losowymi.

**Zadanie 7.** Dopasowano prostą regresji dla zmiennej KOSZT (dzienny koszt utrzymania klimatyzacji) w 100 zł. w pewnej firmie) w oparciu o zmienną objaśniającą TEMPERATURA (średnia dzienna temperatura w st. C) na podstawie zbioru stu par obserwacji. Otrzymano następujące wyniki:

$KOSZT = 2,1 + 0,3 \times TEMPERATURA$ , wartości błędów standardowych estymatorów współczynników prostej regresji:  $SE(b_0) = 5,0$ ,  $SE(b_1) = 0,20$ , oraz  $R^2 = 0,84$ .

- (a) Jaka jest przewidywany koszt klimatyzacji w dniu o średniej temperaturze 30 st. C?  
(b) Podaj procent zmienności kosztu klimatyzacji, który nie jest wyjaśniony przez zaproponowany model zależności liniowej.  
(c) Zakładając, że model regresji liniowej jest właściwy, odpowiedz (z uzasadnieniem), czy na poziomie istotności 0,01 można stwierdzić, że współczynnik kierunkowy prostej regresji jest istotny?

**Zadanie 8.** Losowo wybrany klient firmy ubezpieczeniowej ZAUFANIE posiada  $X$  polis ubezpieczeniowych.  $X$  jest zmienną losową mającą funkcję prawdopodobieństwa określoną tabelą:

$x$	1	2	3	4
$p(x)$	0,3	0,3	$d$	0,1

- (a) Wyznacz stałą  $d$  oraz oblicz wartość oczekiwaną liczby polis, które posiada losowo wybrany klient firmy ZAUFANIE.  
(b) Oblicz wartość dystrybuanty  $F(x)$  zmiennej losowej  $X$  w punktach  $x = -1,0$ ; 3,5 oraz 6,7.

**Zadanie 9.** Dwuwymiarowa zmienna losowa  $(X, Y)$  ma funkcję prawdopodobieństwa określoną tabelą poniżej. (a) Czy zmienne losowe  $X, Y$  są niezależne? Uzasadnij odpowiedź. (b) Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe:  $P(X \geq 2 | Y \geq 2)$ .

$x$	0	2	4
$y$			
1	0,2	0,1	0,07
2	0,03	0,2	0,1
3	0,1	0,1	0,1

**Zadanie 10.** Miesięczny dochód losowo wybranej osoby w firmie ZYSK jest zmienną losową o rozkładzie normalnym. Dla 16-tu losowo wybranych miesięcznych dochodów różnych osób obliczono średni próbkowy dochód 4400 zł oraz wariancję próbkową 360000 zł.<sup>2</sup>. Wyznacz przedział ufności na poziomie ufności 0,95 dla wartości oczekiwanej miesięcznego dochodu losowo wybranego pracownika firmy. Wyjaśnij sens wyznaczonego przedziału. Jak zmieni się przedział, jeśli zwiększymy poziom ufności?