Zadanie 1.

Przedział ufności w sytuacji, gdy badana cecha ma rozkład normalny o nieznanych parametrach: $\left\langle \bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \quad \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right\rangle$ = < 2.06, 3.94 >

Średnia jest w środku przedziału, stąd $\bar{x} = 3$.

Ponadto $t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 0.94$ => $\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.94}{t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}}$

$1 - \alpha = 0,9$ => $1 - \frac{\alpha}{2} = 0,95$ => $t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = t_{0,95,19} = 1.729$ => $\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.94}{1.729}$

$1 - \alpha = 0,95$ => $1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975$ => $t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = t_{0,975,19} = 2.093$

Stąd $t_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 2.093 \cdot \frac{0.94}{1.729} = 1.1379.$

Zatem 95% przedział ufności to **[1.8621, 4.1379]**

Zadanie 2.

Przedział ufności dla frakcji (proporcji) wyliczamy wg wzoru:

$$\left\langle \hat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1-\hat{p})}{n}}; \quad \hat{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1-\hat{p})}{n}} \right\rangle$$

gdzie: $\hat{p} = \frac{k}{n}$

U nas n = 590 **;** k = 500 => $\hat{p} = \frac{500}{590}$

Poziom ufności: $1 - \alpha = 0,99$, stąd $\alpha = 0,01$ i $1 - \frac{\alpha}{2} =,995$

Zatem $z_{0,995} = 2,5758$

A zatem przedział ufności:

$$\left\langle \frac{500}{590} - 2{,}5758 \cdot \sqrt{\frac{\frac{500}{590} \cdot \frac{90}{590}}{590}}; \quad \frac{500}{590} + 2{,}5758 \cdot \sqrt{\frac{\frac{500}{590} \cdot \frac{90}{590}}{590}} \right\rangle$$

Na podstawie wyników z pobranej próbki możemy twierdzić, że z prawdopodobieństwem 99% procent rynku opanowanego przez tego producenta przez zawiera się w powyższym przedziale.
Jeśli poziom ufności zmaleje, przedział się zmniejszy.

Zadanie 3.

Przedział ufności w sytuacji, gdy badana cecha ma rozkład normalny o znanym odchyleniu σ, wówczas przedział ufności dla wartości oczekiwanej wyznaczamy ze wzoru:

$$\left\langle \bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right\rangle$$

Dane: $\bar{x} = 14{,}5$ **;** $\sigma = 5{,}6$ **;** n=20

Poziom ufności: $1 - \alpha = 0{,}95$, stąd $\alpha = 0{,}05$, $1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}975$

$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}975} = 1{,}96$

A zatem poszukiwany przedział ufności jest postaci:

$$\left\langle 14{,}5 - 1{,}96 \cdot \frac{5{,}6}{\sqrt{20}}, \quad 14{,}5 + 1{,}96 \cdot \frac{5{,}6}{\sqrt{20}} \right\rangle$$

$$\langle 12{,}05, \quad 16{,}95 \rangle$$

Na podstawie pobranej próby możemy stwierdzić, że z prawdopodobieństwem 95% nieznana wartość oczekiwana długości rozmowy zawiera się między 12,05 a 16,95.

Zadanie 4.

95% przedział ufności wynosi: $\left\langle \bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \quad \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right\rangle$

U nas: $\bar{x} = 540$ **;** S = 150 **;** $n = 144$

$1 - \alpha = 0{,}9$, skąd $1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}95$

$t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1} = t_{0{,}95{,}143} = 1.65$

Przedział ufności:

$$\left\langle 540 - 1{,}65 \cdot \frac{150}{\sqrt{144}}, \quad 540 + 1{,}65 \cdot \frac{150}{\sqrt{144}} \right\rangle$$

$$\langle 519{,}375; \quad 560{,}625 \rangle$$

Na podstawie wyników z pobranej próby możemy stwierdzić, że z prawdopodobieństwem 90% średni koszt zawiera się między 519,37 zł a 560,62 zł.