

Imię Nazwisko .....

Nr indeksu .....

## Podstawy Symulacji Komputerowej

Egzamin 2018 r.

## Test

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Pytania jednokrotnego lub wielokrotnego wyboru, do zdobycia: 79  
 Pełny poprawny wybór odpowiedzi: +5 pkt.  
 Brak odpowiedzi: 0 pkt. Każdy błędny wybór odpowiedzi: -2 pkt.  
 Poprawne uzasadnienie wyboru: +1pkt.

1. Czy wektor prostopadły do wektorów  $[1,2,3]$  i  $[3,2,1]$  to:
  - a.  $[-4,8,4]$ ;
  - b.  $[4,-8,-4]$ ;
  - c.  $[-4,8,-4]$ .
 Sprawdź poprawność wyboru rozwiązania.
  
2. Ruch wahadła płaskiego jest:
  - a. izochroniczny;
  - b. izotermiczny;
  - c. izobaryczny;
  - d. izomeryczny.
 Wahadło jest niezależne od okresu drań od amplitudy  
 dobrze spełnione dla małych wychyleń  
 Uzasadnij swój wybór.
  
3. Każda komórka automatu komórkowego ma pewną liczbę sąsiadów w swym otoczeniu, ale:
  - a. otoczenie von Neumana zawiera więcej komórek niż otoczenie Moore'a;
  - b. otoczenie Moore'a zawiera więcej komórek niż otoczenie von Neumana;
  - c. oba otoczenia mają identyczną liczbę komórek, tylko inaczej rozmieszczonych.
  
4. Obiekt materialny w przestrzeni fazowej ma:
  - a. 3 stopnie swobody;
  - b. 4 stopnie swobody;
  - c. 5 stopni swobody;
  - d. 6 stopni swobody.
 Opisz te stopnie swobody.
  
5. Efekt nieodwracalności w automatach komórkowych polega na tym, że:
  - a. startując z tej samej konfiguracji początkowej otrzymujemy różne konfiguracje końcowe;
  - b. identyczna konfiguracja końcowa może być otrzymana z różnych konfiguracji startowych;
  - c. nie ma czegoś takiego jak efekt nieodwracalności w automatach komórkowych;
  - d. różne konfiguracje początkowe dają różne konfiguracje końcowe.

Imię Nazwisko .....

Nr indeksu .....

6. Ile wynosi prędkość światła w próżni?

- a. 298 357 422 m/s;
- b. 299 792 458 m/s;
- c. 300 124 560 m/s.

7. Proces stochastyczny jest ergodyczny, jeżeli:

- a. każdy kolejny odcinek tego procesu jest statystycznie taki sam i jest jednakowo reprezentatywny dla całości procesu;
- b. prawdopodobieństwo zaobserwowania wartości  $y(t)$ , należącej do pewnego zbioru  $A$ , da się oszacować przez średni czas pobytu każdej realizacji w tym zbiorze podczas długiego czasu obserwacji;
- c. da się go przedstawić, jako sumę poszczególnych podprocesów.

8. Przedmiotem teorii gier jest:

- a. wypracowanie optymalnych ruchów figur w grach planszowych;
- b. konstrukcja nowoczesnych gier spełniających narzucone warunki;
- c. wypracowanie technik podejmowania optymalnych decyzji w warunkach niepewności jakie decyzje podejmie przeciwnik.

9. Efekt Lorentza-FitzGerala polega na:

- a. dylatacji czasu w układzie poruszającym się ze skończoną prędkością względem absolutnego układu odniesienia;
- b. uwolnieniu energii w wyniku fuzji termojądrowej;
- c. skróceniu długości pręta w układzie poruszającym się z określoną prędkością względem układu w którym pręt spoczywa.

10. Postać normalna gry Dylemat więźnia ma postać:

1 / 2	N	P
N	1, 1	3, -3
P	-3, 3	2, 2

(a)

1 / 2	N	P
N	2, 2	3, 0
P	0, 3	1, 1

 (b)

1 / 2	N	P
N	1, 1	2, 2
P	2, 2	3, 3

(c)

Dlaczego wybrałeś akurat tę postać normalną tej gry?

11. Energię kinetyczną ciała jako całości można zmienić:

- a. zmieniając energię wewnętrzną ciała;
- b. podgrzewając lub ochładzając ciało;
- c. tylko działaniem sił zewnętrznych.

12. Pełny proces modelowanie polega na:

- a. przeprowadzaniu symulacji komputerowych z zadaniem obiektem lub procesem;
- b. opracowaniu układu równań opisujących dany obiekt lub proces;
- c. badaniu właściwości modelu samego w sobie;
- d. eksperymentowaniu z modelem, mając na celu predykcję zachowań dynamicznych oryginału.

13. Model numeryczny symulacji ruchu dowolnego obiektu wynika:

- a. z analizy modelu fizycznego;
- ~~b.~~ z analizy modelu matematycznego;
- c. z analizy modelu fizycznego i matematycznego.

14. Pojęcie równowagi Nasha występuje:

- a. w grach kooperacyjnych;
- b. w grach niekooperacyjnych;
- c. w każdym rodzaju gry.

15. Trzecie prawo Keplera brzmi:

- a. sześciiany czasów obiegu Słońca przez dwie planety mają się do siebie tak, jak kwadraty dużych półosi torów tych planet;
- b. kwadraty czasów obiegu Słońca przez dwie planety mają się do siebie tak, jak sześciiany dużych półosi torów tych planet;
- c. w ruchu planet po orbicie prędkość liniowa każdej planety jest wielkością stałą.

### Pytania i problemy otwarte

Liczba punktów do zdobycia: 75

1. Rozwiąż analitycznie następujące równania różniczkowe: **15 pkt.**
  - a.  $(x + 2x^3)dx + (y + 2y^3)dy = 0$ ,
  - b.  $y - x y' = a(1 + x^2 y')$ ,
  - c.  $(1 + e^x)yy' = e^x, y(0) = 1$ .
2. Opisz metodę otrzymywania fraktala Sierpińskiego wewnątrz trójkąta. **5 pkt**
3. Czym się różni proces modelowania od procesu symulacji? **5 pkt**
4. Dlaczego analityczne metody dokładne nie zawsze dają w obliczeniach numerycznych dobre wyniki? **5 pkt**
5. W jaki sposób można znaleźć wartość liczby  $\pi$  metodą Monte Carlo? Kto jest autorem tej metody? **5 pkt**
6. Opisz podobieństwa i różnice duopolu Cournota i duopolu Bertranda. **5 pkt**
7. Zaproponuj algorytm działania automatu komórkowego realizujący grę w życie (Game of Life) z uwzględnieniem drugich sąsiadów. **10 pkt**
8. Jakie są zalety i wady symulacji komputerowych? **5 pkt**
9. Zaproponuj macierz wypłat dla wybranej przez siebie gry dwuosobowej (opisz tę grę i zaproponuj ewentualną strategię). **10 pkt**
10. Jaki wpływ na wynik rzutu ukośnego ma tarcie? **10 pkt**  
(Uwaga: nie wystarczy napisać, że wpływ będzie duży lub mały. Opisz przebieg zjawiska.)

UZASADNIENIA

1 zamknięte

$\vec{A} = (1, 2, 3)$   
 ~~$\vec{B} = (1, 1, 1)$~~   
 $\vec{B} = (3, 2, 1)$   
 $\vec{A} \times \vec{B} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$   
 $\vec{A} \times \vec{B} = (2 \cdot 1 - 3 \cdot 2; 3 \cdot 3 - 1 \cdot 1; 1 \cdot 2 - 2 \cdot 3) =$   
 $(-4, 8, -4)$       (C)

10 zamknięte

10. Macierz gry

	N	P
N	-1, -1	-3, 0
P	0, -3	-2, -2

Jeżeli ze względu na ograniczenia liczb lat  
 zdecydujemy się wybrać w czasie 3 lat  
 od wyboru, to macierz gry ma postać

	N	P
N	2, 2	3, 0
P	0, 3	1, 1

(B)

2 otwarte

2. Opisz metodę otrzymywania fraktala Sierpińskiego wewnątrz trójkąta. **5 pkt**

### Krok pierwszy

Najpierw rysujemy trójkąt równoboczny o długości boku np. 1. Środki boków trójkąta łączymy odcinkami. Otrzymaliśmy cztery trójkąty równoboczne, każdy o długości boku  $\frac{1}{2}$ . Usuwamy środkowy trójkąt.



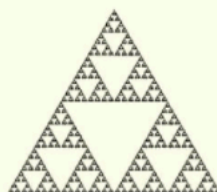
### Krok drugi

Każdy z pozostałych trzech mniejszych trójkątów dzielimy znowu na cztery równe trójkąty. Ich wierzchołkami są środki boków trójkątów otrzymanych w pierwszym kroku. Usuwamy środkowe trójkąty.



### Kolejne kroki

W kolejnych krokach postępujemy podobnie jak poprzednio. Po  $k$  krokach trójkąt będzie miał aż  $1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{k-1}$  dziur, którymi są usunięte trójkąty różnej wielkości. Rysunek poniżej pokazuje trójkąt po 5 krokach konstrukcji.



Zbiór, który otrzymamy po nieskończeniu wielu krokach nazywa się **dywanem Sierpińskiego**.

3 otwarte:

3. Czym się różni proces modelowania od procesu symulacji? **5 pkt**

Modelowanie jest: badaniem właściwości modelu samego w sobie.  
Symulacja jest: eksperymentowaniem z modelem, mającym na celu predykcję zachowań dynamicznych oryginału

## 6 otwarte

6. Opisz podobieństwa i różnice duopolu Cournota i duopolu Bertranda. **5 pkt**

W grze Bertranda firmy w równowadze osiągają zysk zero, a u Couranta zyski są dodatnie. U Bertranda ceny są niższe, a wielkości produkcji wyższe. U Couranta by zwiększyć sprzedaż trzeba zwiększyć produkcję, a duże przyrosty produkcji powodują duże spadki cen, co nie wpływa na zysk. Tak więc, w przypadku rynków z jednorodnymi towarami, manipulacje cenowe są lepsze od manipulacji ilościowych.

## 7 otwarte

7. Zaproponuj algorytm działania automatu komórkowego realizujący grę w życie (Game of Life) z uwzględnieniem drugich sąsiadów. **10 pkt**

Zasady gry w życie

Bakteria nieposiadająca żadnego sąsiada lub posiadająca tylko jednego żywego umiera z osamotnienia.

Żywa bakteria posiadająca dwu lub trzech żywych sąsiadów jest szczęśliwa i żyje nadal.

Martwa bakteria posiadająca dokładnie trzech żywych sąsiadów ożywa.

Żywa bakteria mająca czterech lub więcej żywych sąsiadów umiera z "przeludnienia".

## 8 otwarte

8. Jakie są zalety i wady symulacji komputerowych? **5 pkt**

Modelowanie matematyczne polega na tworzeniu modeli matematycznych i wykorzystaniu aparatu matematycznego do ich analizy. Zastosowanie w tej analizie znajdują komputery (symulacja komputerowa).

**Symulacja komputerowa** – odtworzenie działania badanego systemu rzeczywistego na podstawie jego modelu matematycznego za pomocą komputera oraz zbadanie wpływu otoczenia (zmienne wejściowe) i wewnętrznych właściwości systemu (parametry modelu) na charakterystyki systemu. **Zastosowanie:** procesy chemia, biologia, ekonomia itp.

**Zalety i wady symulacji komputerowej:**

- łatwość wprowadzania różnego rodzaju wymuszeń i zakłóceń, w szczególności losowych, - badanie stanów ekstremalnych,
- łatwość wprowadzania zmian w modelu symulowanego systemu - łatwość uzupełniania modelu o nowe zjawiska,
- stosunkowo niewielki koszt i czas przygotowania symulacji w porównaniu z budową systemu rzeczywistego,
- wiarygodność wyników symulacji – szczególnie w tych przypadkach, gdy możemy porównać otrzymane wyniki symulacji z danymi otrzymanymi z rzeczywistego systemu,
- możliwość sterowania czasem symulacji (wydłużanie i skracanie), - rezultaty symulacji mogą być trudne do zidentyfikowania.

## 10 otwarte

10. Jaki wpływ na wynik rzutu ukośnego ma tarcie? **10 pkt**  
(Uwaga: nie wystarczy napisać, że wpływ będzie duży lub mały. Opisz przebieg zjawiska.)

10. RZUT UKOŚNY- model. Rzut jest prostym przykładem zastosowania prawa dynamiki Newtona  $F=ma$  dla zadanej stałej siły ciężkości  $F=mg$ . Dla urozmaicenia uwzględniamy tarcie powietrza w postaci dodatkowej siły, liniowej względem prędkości  $v$ , stąd  $F=mg-b(v-w)$ , gdzie  $w$  jest prędkością wiatru. Stały współczynnik  $b$  pozwala na ścisłe (analityczne) rozwiązanie równania ruchu. To usprawiedliwia zastosowane uproszczenie, mimo iż w rzeczywistości tarcie jest raczej proporcjonalne np. do kwadratu prędkości. Tutaj  $v$  jest prędkością ciała, jednak tarcie zależy od prędkości ciała względem powietrza - stąd  $v$  zastąpiono wyrazem  $(v-w)$ . Zatem równanie ruchu ma postać:

$b \cdot w - b \cdot x' = m \cdot x''$ , dla kierunku wzdłuż poziomej osi  $x$ -ów,

$m \cdot g - b \cdot y' = m \cdot y''$ , dla kierunku wzdłuż pionowej osi  $y$ -ów.