B 05.02.2007

Egzamin z ALGEBRY LINIOWEJ

Imię i nazwisko, nr:

Grupa:

UWAGA: KAŻDE ZADANIE PROSZĘ ROZWIĄZYWAĆ NA OSOBNEJ KARTCE (NIE STRONIE)

1. (15p) Niech $z_1=3+2i$, $z_2=2-2i$, $z_3=-4-i$. Oblicz

   a) $\sqrt[3]{-z_1-z_2-z_3}$ oraz **(5p)**

   b) $(-z_1-z_2-z_3)^{50}$. **(5p)**

   Podaj interpretację graficzną <u>wszystkich</u> wykonywanych działań. **(5p)**

2. (20p) Niech $W=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in R^4 : x_4-2x_1=0, x_3+2x_2-x_1=0\}$.

   Sprawdź czy W jest podprzestrzenią R^4 **(5p)**.

   Jeśli tak, znajdź bazę W **(5p)**,

   a następnie znajdź w tej bazie współrzędne wektorów

   a) a=(1,1,1,2) oraz **(5p)**

   b) b=(1,0,0,1) **(5p)**

   Jeżeli jest to niemożliwe, <u>uzasadnij</u>.

3. (15p) Podaj rozwiązania układu równań w zależności od wartości parametru *a*: $\begin{cases} x+y+(a-2)z=1 \\ ax+3y+az=2 \end{cases}$ **(15p)**

4. (20p) Dane jest przekształcenie

   $F: R^3 \to R^4, F(x,y,z)=(-z, x+z-y, x, -y)$.

   a) Udowodnij liniowść przekształcenia F, **(5p)**

   b) Znajdź macierz przekształcenia, **(3p)**

   c) bazy *Ker F*, *Im F*, **(10p)**

   d) podaj *dim Ker F* oraz *dim Im F*. **(2p)**

5. (20p) Dane jest przekształcenie liniowe

$F: R^3 \to R^3, F(x,y,z)=(x+y, y, z)$

Znajdź

   a) wartości własne, **(5p)**

   b) wektory własne, **(5p)**

   c) przestrzenie odpowiadające wartościom własnym. **(5p)**

   d) Czy istnieje baza przestrzeni R^3 złożona z wektorów własnych. **(5p)**

   <u>Odpowiedź uzasadnij</u>.