

**Imię i nazwisko:** ..... **Nr indeksu:** ..... **Nr grupy:** .....

**Studia:** dzienne, ITN

**Suma punktów:**

Z.1    Z.2    Z.3    Z.4    Z.5    Z.6    Z.7    Z.8    Z.9    Z.10

**Zadanie 1.** Wysokość miesięcznych wydatków na energię elektryczną losowo wybranej rodziny w pewnym regionie kraju jest zmienną losową  $X$  o rozkładzie normalnym o wartości średniej 70 (zł) oraz wariancji 100 (zł.<sup>2</sup>). Jaki procent rodzin płaci miesięcznie za energię powyżej 90 (zł) ?

**Zadanie 2.** Dwuwymiarowa zmienna losowa  $(X, Y)$  ma funkcję prawdopodobieństwa określoną tabelą poniżej. (a) Czy zmienne losowe  $X, Y$  są niezależne? Uzasadnij odpowiedź. (b) Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe:  $P(Y > 1 | X = 1)$ .

$y$	1	3	5
$x$			
0	0,6	0,1	0,1
1	0	0,1	0,1

**Zadanie 3.** Spośród 360 – ciu losowo wybranych maturzystów zapytanych, czy zamierzają studiować kierunki techniczne 250 osób odpowiedziało twierdząco. Wyznacz przybliżony 95 % przedział ufności dla proporcji maturzystów, którzy pragną studiować kierunki techniczne. Wyjaśnij sens wyznaczonego przedziału. Jak zmieni się przedział, jeśli zwiększymy poziom ufności.

**Zadanie 4.** Prawdopodobieństwo wystąpienia awarii w okresie gwarancji w nowym modelu samochodu marki FANTAZJA wynosi  $p = 0,1$ . Oblicz przybliżone prawdopodobieństwo, że wśród stu zakupionych samochodów tej marki liczba samochodów z awariami w okresie gwarancji będzie nie większa niż 5.

**Zadanie 5.** Prezes koncernu SUKCES twierdzi, że średni miesięczny dochód losowo wybranego pracownika koncernu wynosi 2500 \$. Pracownicy uważają jednak, że jest on mniejszy. Dla 25-ciu losowo wybranych pracowników obliczono średni próbkowy miesięczny dochód 2350 \$ oraz próbkowe odchylenie standardowe 200 \$. Czy można przyznać rację pracownikom? Przyjmij poziom istotności 0,01 oraz załóż, że miesięczny dochód losowo wybranego pracownika ma rozkład normalny. Uzupełnij etapy rozwiązania:

1. Hipotezy:
2. Statystyka testowa: = ..... ma rozkład .....
3. Wartość statystyki testowej: .....
4. Zbiór krytyczny: .....
5. Decyzja i jej uzasadnienie .....

**Zadanie 6.** Dla danych z **zadania 5** znajdź realizację 95 % przedziału ufności dla wartości średniej miesięcznego dochodu losowo wybranego pracownika. Podaj interpretację wyznaczonego przedziału.

**Zadanie 7.** Porównano efektywność dwu programów A i B sterujących produkcją. Dla 9 - ciu losowo wybranych zadań zanotowano czasy wykonania przy użyciu programów A i B. Obliczono średnią próbkową z różnicy czasów wykonania zadań, która wyniosła 0,5 (godz.). Można przyjąć, że różnica czasów wykonania losowo wybranego zadania jest zmienną losową o rozkładzie normalnym ze znanym odchyleniem standardowym  $\sigma = 1,5$  (godz.). Czy na podstawie powyższych danych można stwierdzić, że wartość średnia wykonania zadania przy pomocy programu A jest większa niż przy zastosowaniu programu B? Przyjmij poziom istotności 0,05. Dokończ poniższe etapy wnioskowania:

1. Model:  $D_i = X_i - Y_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 9$ , są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie  $N(\mu, \sigma)$ , gdzie  $\mu = \mu_1 - \mu_2$ ,  $\mu_1 = E(X_i)$ ,  $\mu_2 = E(Y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, 9$ . Zmienna  $X_i$  oznacza czas wykonania  $i$ -go zadania przy pomocy programu A, a  $Y_i$  przy pomocy programu B.
2. Hipotezy:  $H_0: \mu = 0$ ,  $H_1: \mu \dots$
3. Statystyka testowa:  $= \dots$  ma rozkład  $\dots$
3. Obliczona wartość statystyki  $\dots$
4. Zbiór krytyczny  $C =$
5. Odpowiedź na pytanie i jej uzasadnienie:  $\dots$

**Zadanie 8.** Dopasowano prostą regresji dla zmiennej KLIMA (dzienny koszt utrzymania klimatyzacji) w 100 zł. w pewnej firmie) w oparciu o zmienną objaśniającą TEMPERATURA (średnia dzienna temperatura w st. C) na podstawie zbioru 25-ciu par obserwacji. Otrzymano następujące wyniki:

$KLIMA = 3,50 + 2,1 \times TEMPERATURA$ , wartości błędów standardowych estymatorów współczynników prostej regresji:  $SE(b_0) = 5,0$ ,  $SE(b_1) = 0,21$ , oraz  $R^2 = 0,69$ .

- (a) Podaj procent zmienności kosztu klimatyzacji, który jest wyjaśniony przez zaproponowany model zależności liniowej.
- (b) Zakładając, że model regresji liniowej jest właściwy, odpowiedz (z uzasadnieniem), czy na poziomie istotności 0,01 można stwierdzić, że współczynnik kierunkowy prostej regresji  $y = \beta_0 + \beta_1 x$  jest istotny (różny od zera) ?

**Zadanie 9.** Zmienna losowa  $X$  ma dystrybuantę

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ 0,4 & \text{dla } 0 \leq x < 1. \\ 1 & \text{dla } x \gg 1 \end{cases}$$

Znajdź funkcję prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $X$ .

**Zadanie 10.** Zanotowano czasy oczekiwania na pewne połączenie (w sek)

5 5 3 7 5 9 4 10 3 25 4.

- (a) Wyznacz medianę oraz dolny i górny kwartył.
- (b) Narysuj wykres ramkowy i scharakteryzuj na jego podstawie dane.