

Imię i nazwisko: ..... Nr indeksu: ..... Nr grupy: .....

Studia: dzienne, ITN Suma punktów: .....

Z.1 Z.2 Z.3 Z.4 Z.5 Z.6 Z.7 Z.8 Z.9 Z.10

**Zadanie 1.** Zanotowano czasy wykonania pewnego programu sterującego produkcją (w min)  
 $5 \ 5 \ 3 \ 7 \ 5 \ 9 \ 4 \ 10 \ 3 \ 15 \ c$ ,  
 gdzie  $c$  jest zagubioną obserwacją. Przedtem jednak obliczono średni próbkowy czas oczekiwania 8 (sek). (a) Wyznacz  $c$ , medianę oraz dolny i górny kwartyl. (b) Wyznacz obserwacje odstające?

**Zadanie 2.** Wysokość miesięcznych wydatków na energię elektryczną ponoszonych przez losowo wybraną rodzinę w pewnym regionie kraju jest zmienną losową o rozkładzie normalnym o wartości średniej 90 (zł) oraz wariancji 100 (zł.<sup>2</sup>). Jaki procent rodzin płaci za energię miesięcznie więcej niż 80 zł?

**Zadanie 3.** Dwuwymiarowa zmienna losowa  $(X,Y)$  ma funkcję prawdopodobieństwa określoną tabelą poniżej. (a) Czy zmienne losowe  $X, Y$  są niezależne? Uzasadnij odpowiedź. (b) Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe:  $P(X \geq 2 | Y=1)$ .

$y$	-1	0	1
$x$			
1	0,07	0,1	0,2
2	0,03	0,2	0,1
3	0,1	0,1	0,1

**Zadanie 4.** Dyrektor banku SUKCES zakupił nowy program do przetwarzania codziennej informacji o kontaktach klientów. Można założyć, że czas przetwarzania informacji ma rozkład normalny oraz czasy przetwarzania w różnych dniach są niezależnymi zmiennymi losowymi. Dla 16-tu losowo wybranych dni obliczono średni próbkowy czas wykonania programu 3,3 godziny oraz wariancję próbkową 1,44 godzin<sup>2</sup>. Czy można twierdzić, że średni czas przetwarzania informacji dla nowego programu jest różny od 3,5 godzin? Przyjmij poziom istotności 0,02. Pomóż dyrektorowi rozwiązać zadanie uzupełniając poniższe punkty:

- Hipoteza zerowa  $H_0$ : ..... Hipoteza alternatywna:  $H_1$ : .....
- Statystyka testowa:  $=$  ..... ma rozkład .....
- Wartość statystyki testowej: ..... Kwantyl .....
- Zbiór krytyczny: .....
- Decyzja i jej uzasadnienie .....

**Zadanie 5.** Miesięczny dochód losowo wybranego stażysty w branży IT jest zmienną losową o rozkładzie normalnym. Dla 9-ciu losowo wybranych miesięcznych dochodów stażystów w różnych firmach obliczono średni próbkowy dochód 4400 zł oraz wariancję próbkową 90000 (zł.<sup>2</sup>). Wyznacz przedział ufności na poziomie ufności 0,95 dla wartości oczekiwanej miesięcznego dochodu losowo



wybranego stażysty. Wyjaśnij sens wyznaczonego przedziału. Jak zmieni się przedział, jeśli zwiększymy poziom ufności?

**Zadanie 6.** Na podstawie przeprowadzonych sondaży można przyjąć, że 30% licealistów zamierza studiować kierunki techniczne. Oblicz przybliżone prawdopodobieństwo, że spośród stu losowo wybranych zdających na studia licealistów co najwyżej 40-tu wybrało kierunki techniczne?

**Zadanie 7.** Zmienna losowa  $X$  oznacza wygraną na loterii. Jej dystrybuanta ma postać:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0,4, & 0 \leq x < 20 \\ 1, & x \geq 20. \end{cases}$$

Oblicz wartość średnią wygranej na tej loterii.

**Zadanie 8.** Wśród 36-ciu losowo wybranych detali z bieżącej produkcji 9 sztuk miało braki. Wyznacz przybliżony 90 % przedział ufności dla proporcji produkowanych detali z brakami. Wyjaśnij sens wyznaczonego przedziału. Jak zmieni się przedział, jeśli zwiększymy poziom ufności.

**Zadanie 9.** Dopasowano prostą regresji dla zmiennej PRODUKCJA (dzienna wartość produkcji w 10000 zł. w pewnej firmie) w oparciu o zmienną objaśniającą ENERGIA (dzienny koszt zużytej energii w 10000 zł.) na podstawie zbioru 16 - tu par obserwacji. Otrzymano następujące wyniki: PRODUKCJA = 15,50 + 2 × ENERGIA, wartości błędów standardowych estymatorów współczynników prostej regresji: SE( $b_0$ ) = 5,0, SE( $b_1$ ) = 0,1, oraz  $R^2 = 0,74$ .

- Jaka jest przewidywana wartość produkcji w dniu kiedy zużyto energii o wartości 10000 zł.?
- Podaj procent zmienności wartości produkcji, który jest wyjaśniony przez zaproponowany model zależności liniowej.
- Zakładając, że model regresji liniowej jest właściwy, odpowiedz (z uzasadnieniem), czy na poziomie istotności 0,05 można stwierdzić, że współczynnik kierunkowy prostej regresji  $y = \beta_0 + \beta_1 x$  jest różny od zera?

**Zadanie 10.** Liczba stażystów, których corocznie zatrudnia firma informatyczna jest zmienną losową  $X$  mającą funkcję prawdopodobieństwa określoną tabelą:

$x$	1	2	3	4
$p(x)$	0,4	$c$	0,2	0,1

- Wyznacz stałą  $c$  oraz oblicz wartość oczekiwaną liczby stażystów, których w następnym roku zatrudni firma.
- Oblicz wartość dystrybuanty  $F(x)$  zmiennej losowej  $X$  w punktach  $x = 0,3$ ; 3,5 oraz 5,3.