PJWSTK: Egzamin z matematyki dyskretnej 2003.01.30

Imię i nazwisko.. Numer indeksu................ Numer grupy ćwiczeniowej........

1. (4 pkt) Podaj przykład trzech zbiorów $A, B, C \subseteq \{1, 3\}$ takich, że

   a) $(A \setminus C) \cap B \neq (A \cap B) \cap C$

   b) $A \cup (B \setminus C) \neq B \cup (A \setminus C)$

   W każdym z podpunktów chodzi o inne zbiory.

2. (4 pkt) Udowodnij, że dla każdego parzystego $n \geq 2$ następująca formuła jest tautologią rachunku zdań:

$$(a_1 \rightarrow a_2) \vee (a_3 \rightarrow a_4) \vee \ldots \vee (a_{n-1} \rightarrow a_n) \vee (a_n \rightarrow a_2)$$

3. (4 pkt) Zakładając, że $B(x)$ oznacza predykat „x jest biedny”, zaś $Z(y, x)$: „y kocha x”, wyraź w języku logiki fakt, że

   a) Jeśli ktoś nie kocha nikogo, to jest biedny.

   b) Bieda nie oznacza, że nie można kogoś kochać.

4. (4 pkt) Podaj formuły równoważne poniższym, w których jedynymi opratorami logicznymi będą negacja i alternatywa, a jedynym kwantyfikatorem będzie kwantyfikator ogólny.

   a) $\exists x \in A : P(x) \rightarrow Q(y)$,

   b) $x \in A \leftrightarrow \forall y > x : P(y)$.

   W ramach uzasadnienia podaj reguły z których należało skorzystać.

5. (4 pkt) Niech A będzie zbiorem n-elementowym, a $B \subseteq A$ zbiorem m-elementowym. Jaka jest moc

a) zbioru wszystkich funkcji ze zbioru A w zbiór wszystkich funkcji ze zbioru A w zbiór B,

b) zbioru wszystkich funkcji ze zboru B na zbiór A?

Odpowiedź uzależnij w razie konieczności od wartości m i n.

6. (4 pkt) Podaj przykład relacji określonej w zbiorze $\{a, b, c\}$, która jest

a) przeciwzwrotna, nieprzechodnia i antysymetryczna

b) przechodnia, antysymetryczna i nie jest zwrotna

7. (4 pkt) Pokaż, że nie są relacjami częściowego porządku następujące relacje określone na zbiorze $\{1, 2, 4\}$

a) $x\ r_1\ y \leftrightarrow |x - y| \leq 2$

b) $x\ r_2\ y \leftrightarrow x \neq y + 1$

8. (4 pkt) Na ile sposobów można włożyć 5 kul ponumerowanych od 0 do 4 do dwóch urn tak, aby

a) w każdej urnie były co najmniej dwie kule,

b) wszystkie kule w pierwszej urnie miały wyłącznie nieparzyste numery

9. (8 pkt.) Rzucamy dwa razy wyważoną kostką.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że iloczyn wyrzuconych oczek jest podzielny przez 6?

b) Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w sumie wypadnie co najmniej pięć oczek, pod warunkiem, że na pierwszej kostce wypadła liczba podzielna przez 3?

Uwaga: Wszystkie odpowiedzi należy krótko uzasadnić, w miarę możliwości na tej kartce.