

Zadania z Matematyki Dyskretnej – Zliczanie i Dwumian Newtona

- Na ile sposobów można z talii 52 kart wybrać 7 kart:
 - bez zwracania, jeśli nie jest ważna ich kolejność,
 - bez zwracania, jeśli ważna jest ich kolejność,
 - ze zwracaniem, jeśli nie jest ważna ich kolejność,
 - ze zwracaniem, jeśli ważna jest ich kolejność.
- Ile różnych ciągów liter można otrzymać mieszając litery w słowach
 - komputer*,
 - matematyka*?
- Ile różnych wyników można otrzymać rzucając jednocześnie n kostkami zakładając, że
 - kostki są rozróżnialne,
 - kostki są nierozróżnialne?
- Pokazać, że iloczyn dowolnych kolejnych k liczb naturalnych jest podzielny przez $k!$.
- Dwoje dzieci zebrało 10 rumianków, 16 bławatków i 14 niezapominajek. Na ile sposobów mogą się podzielić kwiatkami?
- Za przesłanie listu poleconego trzeba zapłacić 18 złotych. Mamy nieograniczony zapas znaczków pocztowych o nominałach 4 zł, 6 zł i 10 zł. Na ile sposobów można nakleić znaczki na kopertę jeśli dwa sposoby naklejania różniące się kolejnością naklejania uważamy za różne?
- Ile jest palindromów długości n (zakładamy, że alfabet ma 26 liter)?
- Ile liczb czterocyfrowych można utworzyć z cyfr 1,2,3,4,5 ? A ile z cyfr 0,1,2,3,4,5,6 ?
- W skład 5-osobowej komisji mogą wejść przedstawiciele 10 narodowości. Na ile sposobów można wybrać komisję, aby nie składała się wyłącznie z przedstawicieli jednej narodowości?
- Ile jest liczb 5-cyfrowych wyglądających tak samo normalnie i po odwróceniu o kąt 180° ? Zakładamy, że następujące pary cyfr odpowiadają sobie przed i po odwróceniu 0 – 0, 1 – 1, 6 – 9, 8 – 8, 9 – 6.
- Na ile sposobów można zestawić trzy pary spośród n szachistów?
- Na ile sposobów można wybrać 6 kart z talii 52 kart tak, aby wśród nich były karty wszystkich czterech kolorów?
- Na ile sposobów można wylosować ze zwracaniem 6 kart z talii 52 kart tak, aby szósta nie wystąpiła wcześniej ?
- Ile jest n -cyfrowych liczb naturalnych, w których cyfry występują w porządku niemalejącym?
- Ile jest liczb sześciocyfrowych, których suma cyfr jest liczbą parzystą?
- W sklepie jest k rodzajów kart pocztowych.
 - Na ile sposobów można wysłać pozdrowienia do n przyjaciół, jeśli każdy ma otrzymać dokładnie jedną kartkę?
 - Jak zmieni się odpowiedź, przy założeniu, że każdy z przyjaciół ma otrzymać inną kartkę?
 - Jak zmieni się odpowiedź, gdy do każdej osoby chcemy wysłać dwie różne kartki?
- Mamy k różnych kart pocztowych. Chcemy je wysłać do n przyjaciół. Na ile sposobów możemy to zrobić, przy założeniu, że każda osoba może otrzymać dowolną liczbę kart (włącznie z zerem)?
- Na ile sposobów można podzielić k złotych pomiędzy n osób, przy założeniu, że każda osoba musi otrzymać co najmniej jedną złotówkę?
Jak zmieni się odpowiedź gdy opuścimy powyższe założenie?
- Udowodnić następujące tożsamości (nadając obu stronom równości odpowiednie interpretacje kombinatoryczne)
 - $\binom{n}{m} \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k}$,
 - $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$,
 - $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} i = n2^{n-1}$,
 - $m^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (m-1)^{n-k}$.
- Udowodnić tożsamość
 $\sum_{k=1}^n k^2 \binom{n}{k} = n(n+1)2^{n-2}$.