

Grupa A godzina 17

1. Udowodnić indukcyjnie $\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{i}} \geq \sqrt{n}$
2. Napisać i udowodnić indukcyjnie wzór ogólny:
 $a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 2, \quad a_n = a_{n-1} - a_{n-2} + a_{n-3}$
3. Określić moc zbioru: $\{x \in R : x - \lfloor x \rfloor = \frac{\sqrt{2}}{2}\}$
4. Jest 10 różnych biletów na różne filmy. Na ile sposobów można je rozdać 6 studentom. Dopuszczamy możliwość, że ktoś może nie dostać żadnego biletu.
5. Pewien roztargniony grafik ma cztery flamastry różnych kolorów. Na ile sposobów może ponakładać na nie skuwki tak, aby żadna nie była na właściwym flamastrze.
6. Dla danych permutacji $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 6 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$
 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 2 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ Obliczyć $\pi \circ \sigma, \pi^{-1}$ oraz rozłożyć π na rozłączne cykle.

Grupa B godzina 17

1. Udowodnić indukcyjnie $\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{i}} \leq 2\sqrt{n-1} \quad n > 1$
2. Napisać i udowodnić indukcyjnie wzór ogólny:
 $a_0 = 1, a_1 = 0, a_2 = 1, \quad a_n = a_{n-1} - a_{n-2} + a_{n-3}$
3. Czy liczba skończonych ciągów zero-jedynkowych nie zaczynających się od zera jest równa liczbie skończonych ciągów o wyrazach 0, 1, 2 nie zaczynających się od zera?
4. Jest 9 różnych cukierków. Na ile sposobów można je rozdać 7 dzieciom. Dopuszczamy możliwość, że któreś dziecko może nie dostać żadnego cukierka.
5. Spotkało się 4 gentelmenów, każdy swój kapelusz zostawił w szatni. Na ile sposobów mogą je odbierać tak, aby żaden nie wziął swojego kapelusza?
6. Dla danych permutacji $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$
 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 2 & 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ Obliczyć $\pi \circ \sigma, \pi^{-1}$ oraz rozłożyć π na rozłączne cykle.

Grupa A godzina 19

1. Udowodnić indukcyjnie $7|10^{3n+1} - 3(-1)^n$
2. Napisać i udowodnić indukcyjnie wzór ogólny: $s_0 = s_1 = 1, \quad s_n = 4s_{n-2}$
3. Określić moc zbioru: $\{x + \sqrt{y} : x, y \in \mathbb{Q}\}$
4. Są do wyboru kanapki z serem, wędliną lub dżemem. Na ile sposobów można wybrać 10 kanapek nie uwzględniając kolejności. (Dopuszczamy możliwość wyboru np.: samych kanapek z serem.)
5. Ile liczb naturalnych nie większych od 100 nie dzieli się przez 2, 5 ani przez 7.
6. Czy zbiór wszystkich wielomianów stopnia co najwyżej 2 wraz z dodawaniem tworzy grupę przemienną?

Grupa B godzina 19

1. Udowodnić indukcyjnie $7|13^{2n} + 6$
2. Napisać i udowodnić indukcyjnie wzór ogólny: $s_0 = 1, s_1 = 2, \quad s_n = 4s_{n-2}$
3. Czy liczba ciągów długości 3 o wyrazach całkowitych jest równa liczbie ciągów długości 2 o wyrazach wymiernych?
4. Są do wyboru kanapki z dżemem malinowym, truskawkowym i wiśniowym. Na ile sposobów można wybrać 9 kanapek, nie uwzględniamy kolejności. (Dopuszczamy możliwość wyboru np.: samych kanapek z dżemem malinowym.)
5. Ile liczb naturalnych nie większych od 100 nie dzieli się przez 3, 4 ani przez 7.
6. Czy $(\{e^x : x \in \mathbb{R}\}, \cdot)$ tworzy grupę przemienną?