TEST PRZYKŁADOWY

Imię i nazwisko:

Numer indeksu:

Numer grupy:

Test jest testem wielokrotnego wyboru (tzn. wszystkie kombinacje odpowiedzi są możliwe). Pytanie jest uznane za poprawnie rozwiązane wttw, gdy wszystkie podpunkty w pytaniu mają zaznaczone właściwe odpowiedzi. Odpowiedzi “+” oraz “-” proszę zaznaczać przy każdym podpunkcie pytania w stosownym miejscu - wewnątrz nawiasu kwadratowego poprzedzającego treść [ ]. Życzę powodzenia.

1. Które z poniższych zdań jest prawdziwe:
   (a) [–] $[2,3] \cup \mathbb{N} = \mathbb{N}$
   (b) [–] $(2,3) \oplus \mathbb{N} = \mathbb{N} \setminus \{2,3\}$
   (c) [–] $\{2,3\} \setminus \mathbb{N} = (2,3)$

2. Niech $\Sigma = \{a\}$ oraz $X = \{w \in \Sigma^* : |w| \leq 3\}$, wtedy:
   (a) [–] $P(X) = \{a, aa, aaa\}$
   (b) [+] $|P(X)| = 16$
   (c) [+] $\Sigma \in P(X)$

3. Niech $A_i = \{-i, i\}$, $B_i = [-i, i]$, wtedy:
   (a) [+] $\left(\bigcap_{i\in\mathbb{N}} A_i\right) \cap \left(\bigcap_{i\in\mathbb{N}} B_i\right) = \emptyset$
   (b) [+] $\left(\bigcup_{i\in\mathbb{N}} A_i\right) \setminus \left(\bigcap_{i\in\mathbb{N}} B_i\right) = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$
   (c) [+] $\left(\bigcup_{i\in\mathbb{N}} A_i\right) \oplus \left(\bigcup_{i\in\mathbb{N}} B_i\right) = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$

4. Niech $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$, wtedy:
   (a) [–] $P(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}$
   (b) [–] $|P(A)| = 4$
   (c) [+] $|P(A)| = 8$

5. Niech $P(X_n)$ oznacza zbiór potęgowy n-elementowego zbioru X_n, wtedy:
   (a) [+] jeżeli $A_3 \subset B_4$, to $P(A_3) \subset P(B_4)$
   (b) [–] jeżeli $A_3 \subset B_4$, to $P(P(A_3)) \supset P(B_4)$
   (c) [–] $\sum_{i=0}^{n} |P(X_i)| = 2^{n+1}$

6. Niech $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$, $B = \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$, wtedy:
   (a) [+] $|A \times B| = |B \times A|$
   (b) [–] $|A \times B| = 40$
   (c) [+] $|P(A)| \cdot |P(B)| = |P(A \cup B)|$

7. Czy istnieją zbiory A, B oraz C takie, że $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$ i $(A \cap B) \setminus C = \emptyset$
   (a) [–] Tak, dla dowolnych zbiorów A, B i C
   (b) [–] Tak, dla pewnych zbiorów A, B i C
   (c) [+] Nie

8. Niech A, B oraz C będą dowolnymi zbiorami. Które z poniższych zdań jest prawdziwe:
   (a) [–] $(A \setminus B) \cup B = A$
   (b) [+] $(A \oplus B = A \oplus C) \rightarrow (B = C)$
   (c) [+] $A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$

9. Jeżeli macierz binarna M reprezentuje relację r w zbiorze n-elementowym, to:
   (a) [–] macierz M jest macierzą kwadratową rzędu n^2
   (b) [+] macierz M jest symetryczna względem diagonalnej gdy relacja r jest symetryczna i spójna
   (c) [–] macierz M jest symetryczna względem diagonalnej gdy relacja r jest przechodnia

10. Niech $U = \{0, 1, 2\}$, wtedy:
   (a) [–] $r = \{(i, j) \in U^2 : i = j\} = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 1)\}$
   (b) [+] $r = \{(i, j) \in U^2 : i^2 + j^2 = 2\} = \{(1, 1)\}$
   (c) [+] $r = \{(i, j) \in U^2 : i = \max(\{1, j\})\} = \{(1, 0), (1, 1), (2, 2)\}$

11. Niech uniwersum relacji r będzie zbiór wszystkich słów nad alfabetem $\sum = \{0, 1\}$, wtedy:
   (a) [–] jeżeli relacja r jest przeciwzwrotna, przeciwsymetryczna i przechodnia, to r jest zbiorem skończonym
   (b) [+] jeżeli relacja r jest symetryczna i przeciwsymetryczna, to r jest zbiorem skończonym
   (c) [–] jeżeli relacja r nie jest spójna, to r jest zbiorem skończonym

12. Relacja $r = \{(i, j) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : (i \cdot j) \mod 3 = 1\}$ jest:
   (a) [–] przeciwzwrotna
   (b) [+] symetryczna
   (c) [–] antysymetryczna

13. Niech $U = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ będzie uniwersum relacji r, wtedy:
   (a) [+] jeżeli $r = \emptyset$, to r jest relacją antysymetryczną, przechodnią
   (b) [+] jeżeli $r = \{(a, b) \in U : (a + b) \mod 2 = 1\}$, to r jest relacją zwrotną lub symetryczną
   (c) [+] jeżeli $r = \{(a, b) \in U : a = 1 \wedge b > a\}$, to r jest relacją przeciwzwrotną lub spójną

14. Niech r_1 będzie relacją zwrotną i symetryczną oraz r_2 będzie relacją symetryczną i przechodnią, wtedy:
   (a) [–] $r_1 \cap r_2$ jest relacją zwrotną, symetryczną i przechodnią
   (b) [–] $r_1 \cup r_2$ jest relacją zwrotną, symetryczną i przechodnią
   (c) [–] $r_1 \oplus r_2$ jest relacją zwrotną, symetryczną i przechodnią

15. Dla dowolnej relacji r zdefiniowanej nad niepustym uniwersum prawdą jest, że jeżeli relacja r jest:
   (a) [–] antysymetryczna, to nie jest symetryczna
   (b) [–] przeciwzwrotna, to nie jest przechodnia
   (c) [–] spójna, to jest przechodnia i antysymetryczna

16. Które z poniższych zdań jest tautologią rachunku zdań:

    (a) [+] $(p \vee (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \vee r)$

    (b) [+] $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

    (c) [+] $(p \wedge q) \leftrightarrow \neg(p \rightarrow \neg q)$

17. Niech p, q, r będą zmiennymi zdaniowymi, wtedy:

    (a) [+] jeżeli $p = q$ i $q = r$, to $p \rightarrow q$ i $q \rightarrow r$

    (b) [–] jeżeli $p \rightarrow q$ i $q \rightarrow r$, to zdanie $p \leftarrow r$ jest zawsze prawdziwe

    (c) [–] jeżeli $p \rightarrow q$ i $p \rightarrow r$, to zdanie $q \leftrightarrow r$ jest zawsze prawdziwe

18. Niech $p \leftrightarrow q$ oraz $q \rightarrow r$ i r będą zbiorem przesłanek, wtedy:

    (a) [+] zbiór ten jest niesprzeczny

    (b) [–] wnioskiem ze zbioru przesłanek jest stwierdzenie $p \wedge q$

    (c) [–] wnioskiem ze zbioru przesłanek jest stwierdzenie $r \rightarrow p$

19. Rozumowanie „Jeśli dana wejściowa programu P spełnia warunek Q, to spełnia też warunek R. Zatem, jeżeli dana wejściowa programu P nie spełnia warunku Q, to nie spełnia też warunku R", jest:

    (a) [–] poprawne

    (b) [+] niepoprawne

    (c) [–] bez sensu

20. Dla którego z poniższych stwierdzeń istnieje kontrprzykład:

    (a) [+] jeżeli $a \in \mathbb{N}$ i $b \in \mathbb{Z}$, to $a \cdot |b| < c$, gdzie c dowolną liczbą naturalną

    (b) [–] jeżeli $a \in \mathbb{N}$ i $b \in \mathbb{Z}$, to $a \cdot |b| \geq c$, gdzie c dowolną liczbą całkowitą ujemną

    (c) [–] $\sqrt{x} = z$ wtedy i tylko wtedy, gdy $z \geq 0$, gdzie $x, z \in \mathbb{R}$