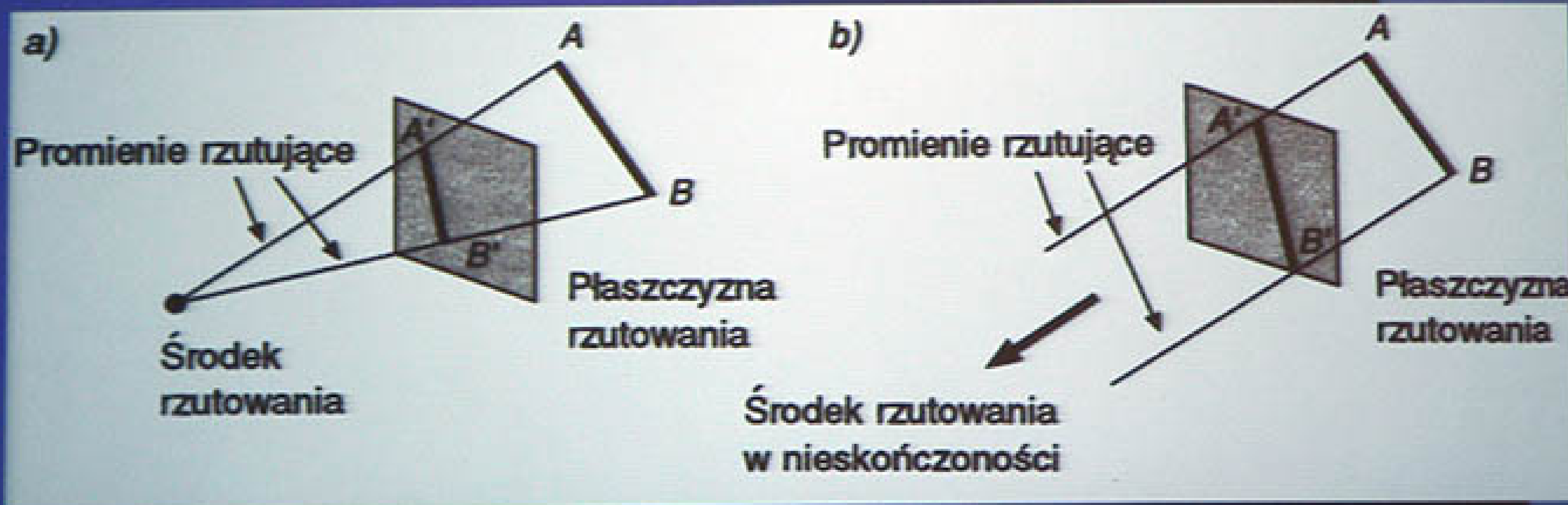
Rzutowanie

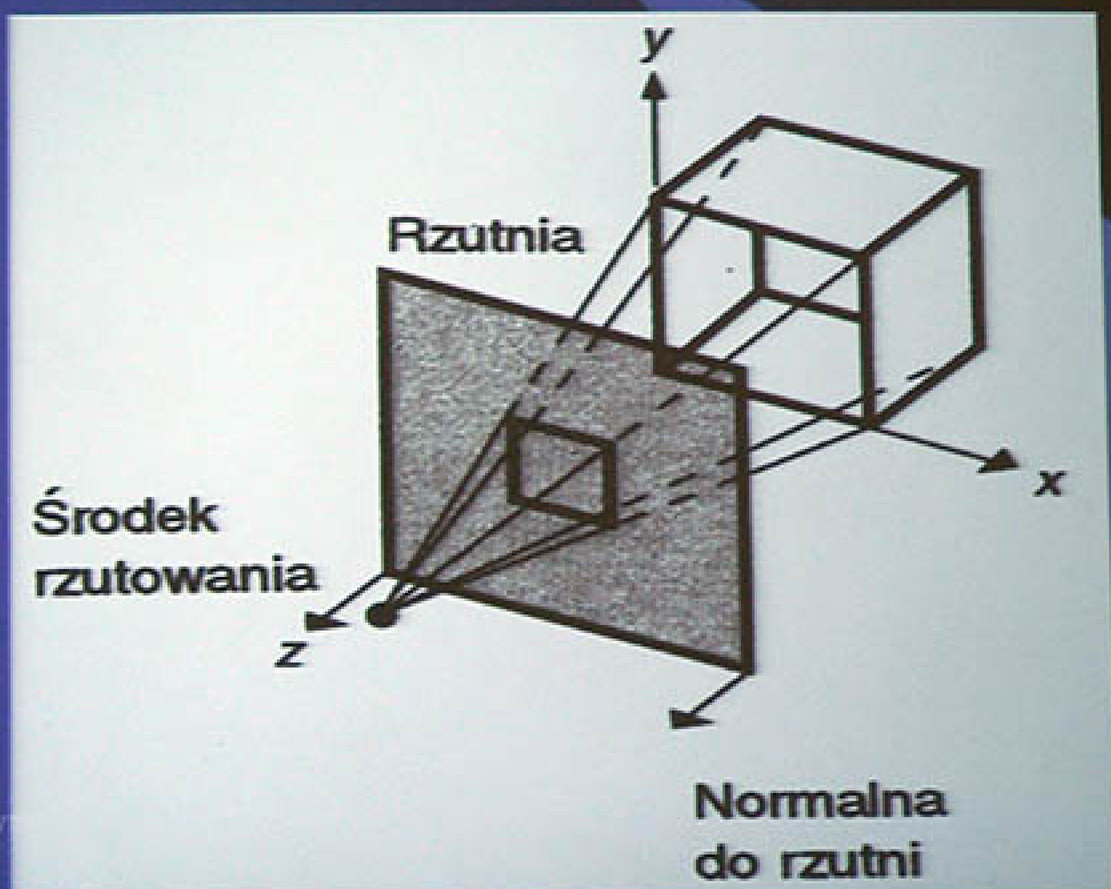
Rzutowanie to przekształcenia punktów z n-wymiarowej przestrzeni. do przestrzeni o wymiarze mniejszym niż n

- 3D → 2D
- Rzutowanie planarne
- Rzut równoległe
- Rzuty perspektywiczne



Proces rzutowania

- Rodzaj rzutu
- Parametry rzutu
  - Środek rzutowania
  - Rzutnia
- Obcinanie 3D
- Rzutowanie
- Kamera
  - Parametry kamer
- Bryła widzenia

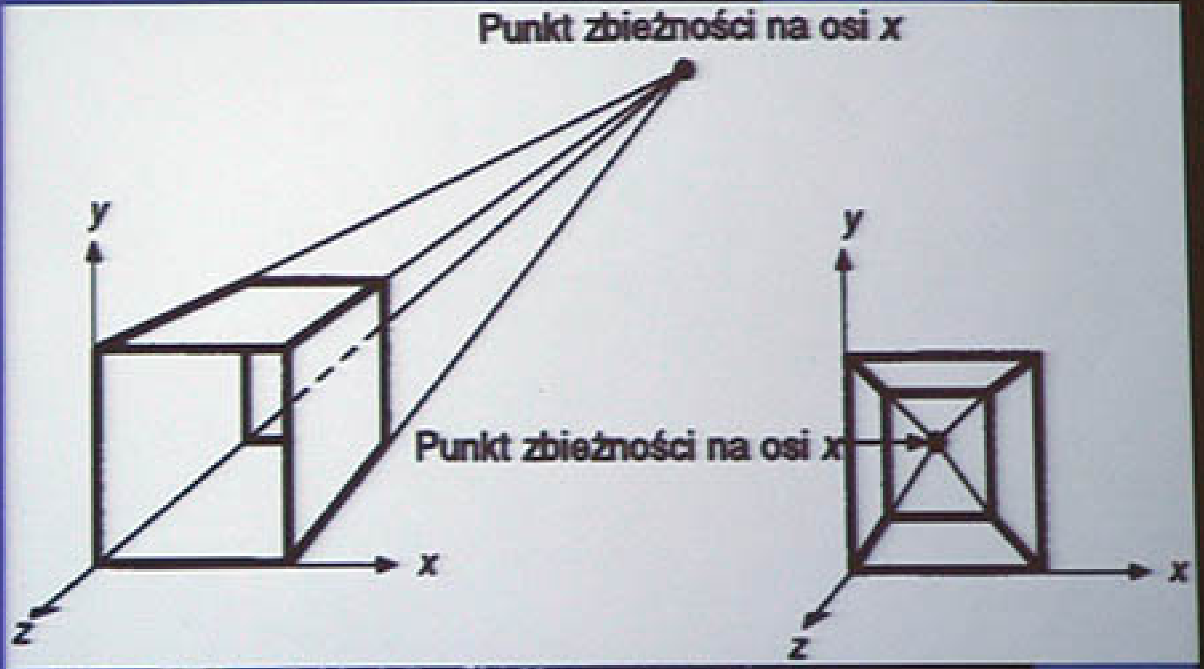


Rzuty perspektywiczne

- *Punkt zbieżności* – miejsce w którym zbiegają się rzuty zbioru linii równoległych
- Osiowe punkty zbieżności

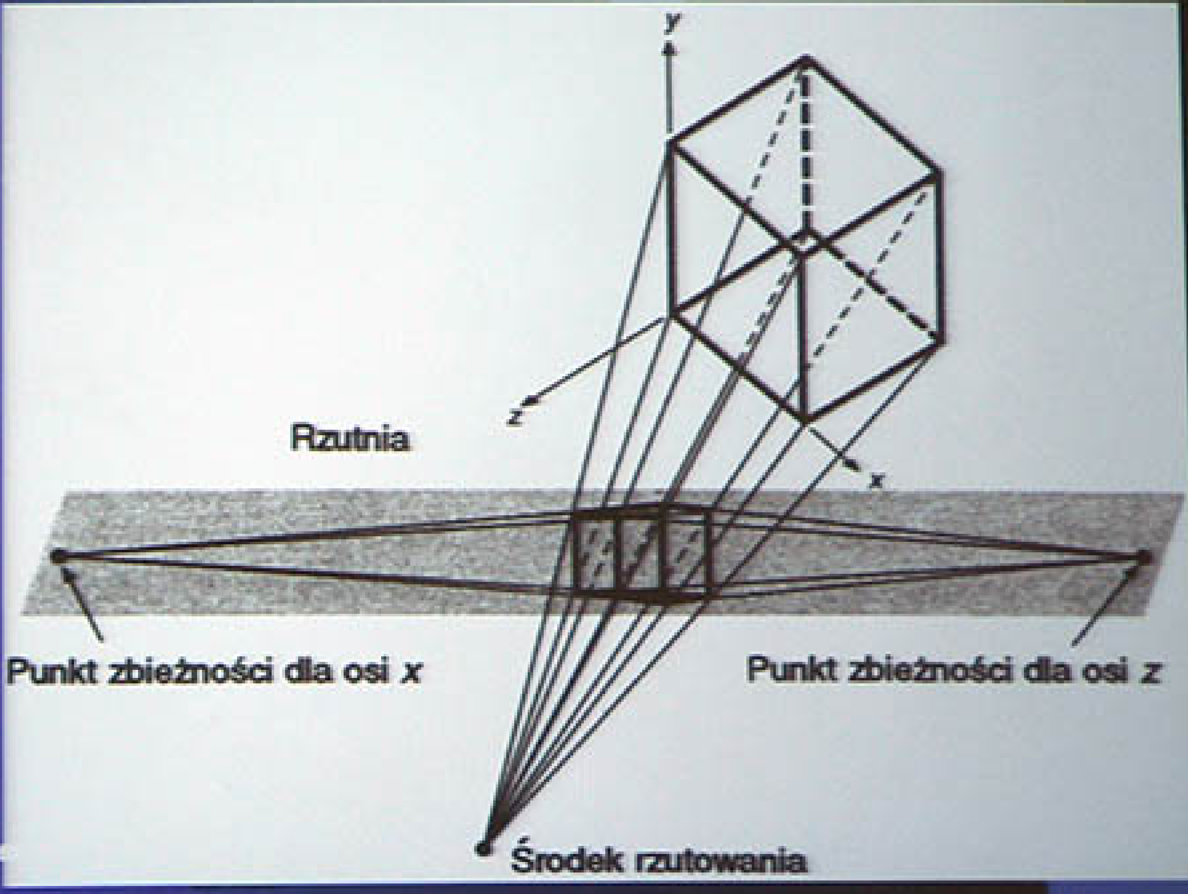
<u>Jednopunktowy rzut perspektywiczny</u>

- Punkt zbieżności linii równoległych do osi z
- Punkt zbieżności może być traktowany jak widok linii równoległej do osi z biegnącej od oka obserwatora

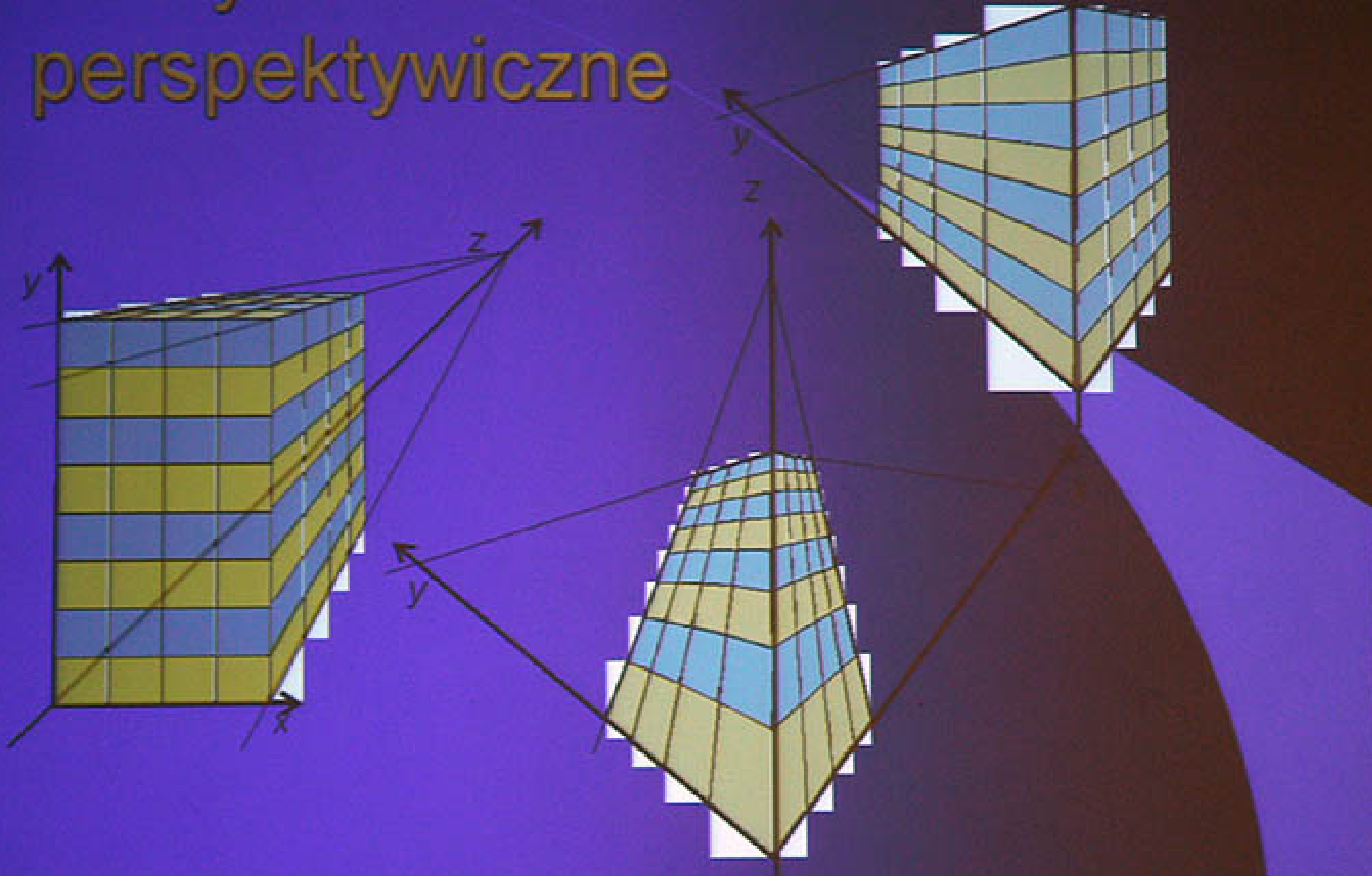


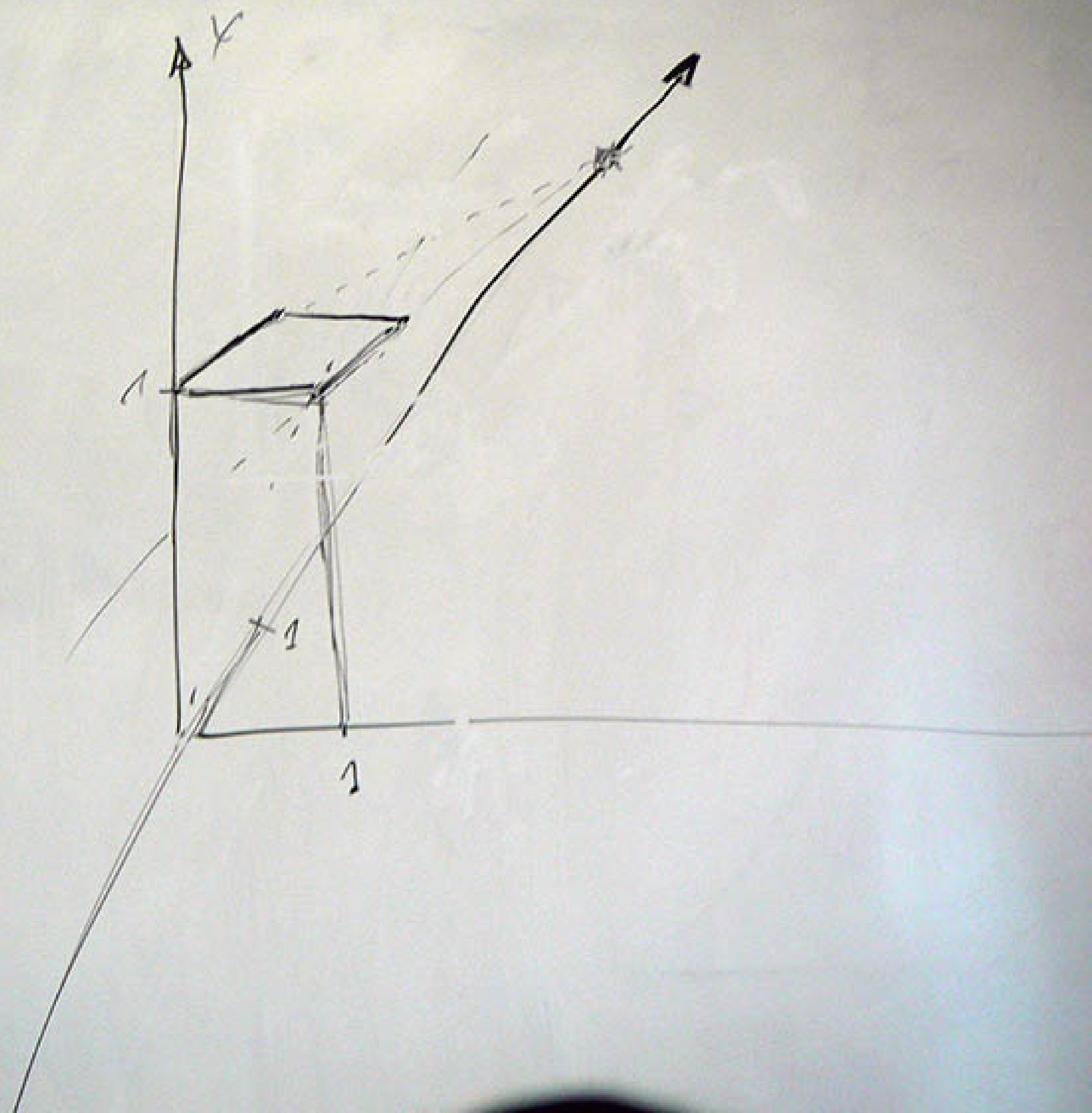
Rzuty perspektywiczne dwupunktowe

- Na linii horyzontu znajdują się dwa punkty zbieżności dla prostych równoległych do osi x i osi z
- Oś pionowa, bez punktu zbieżności

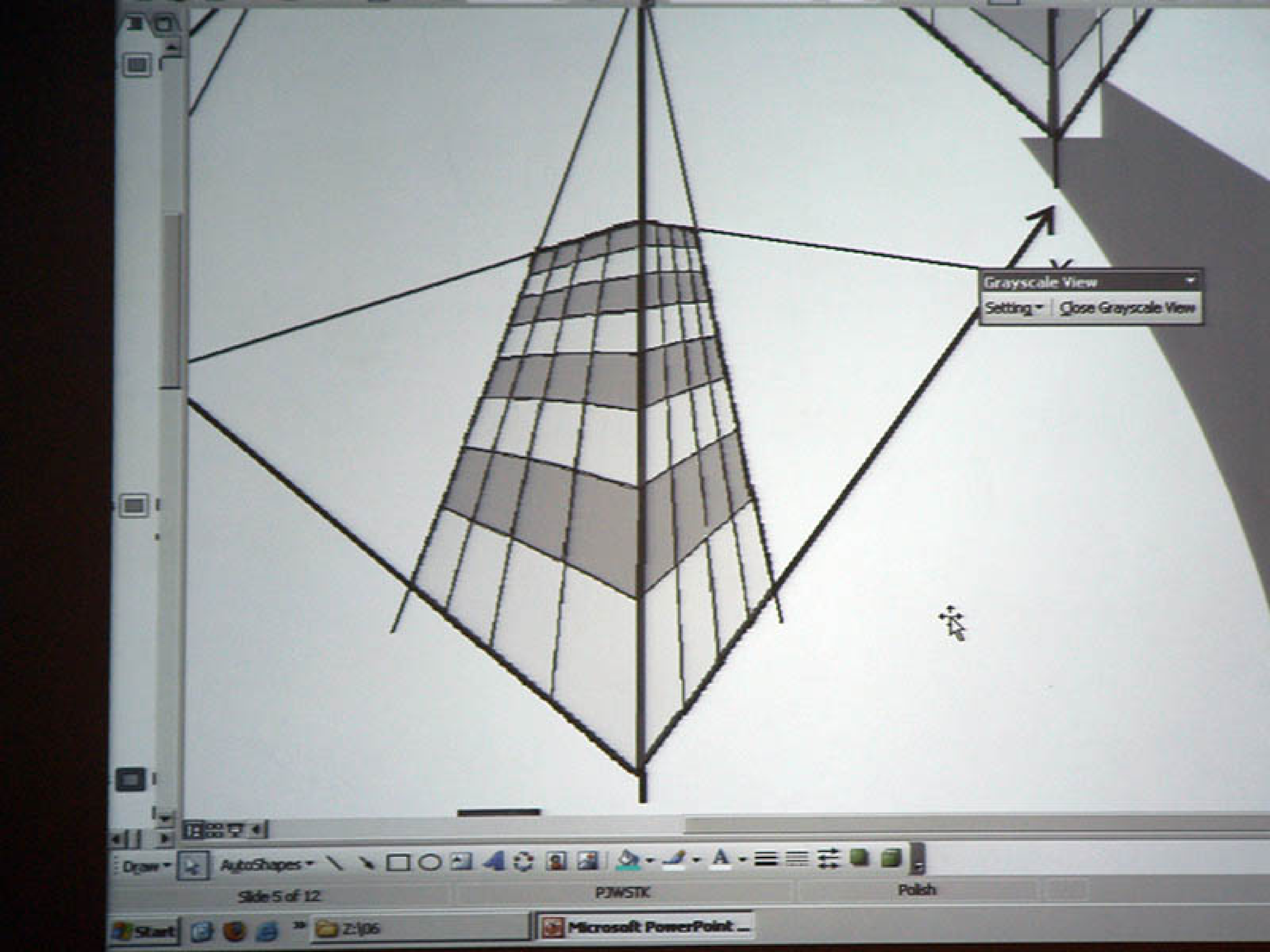


Rzuty perspektywiczne





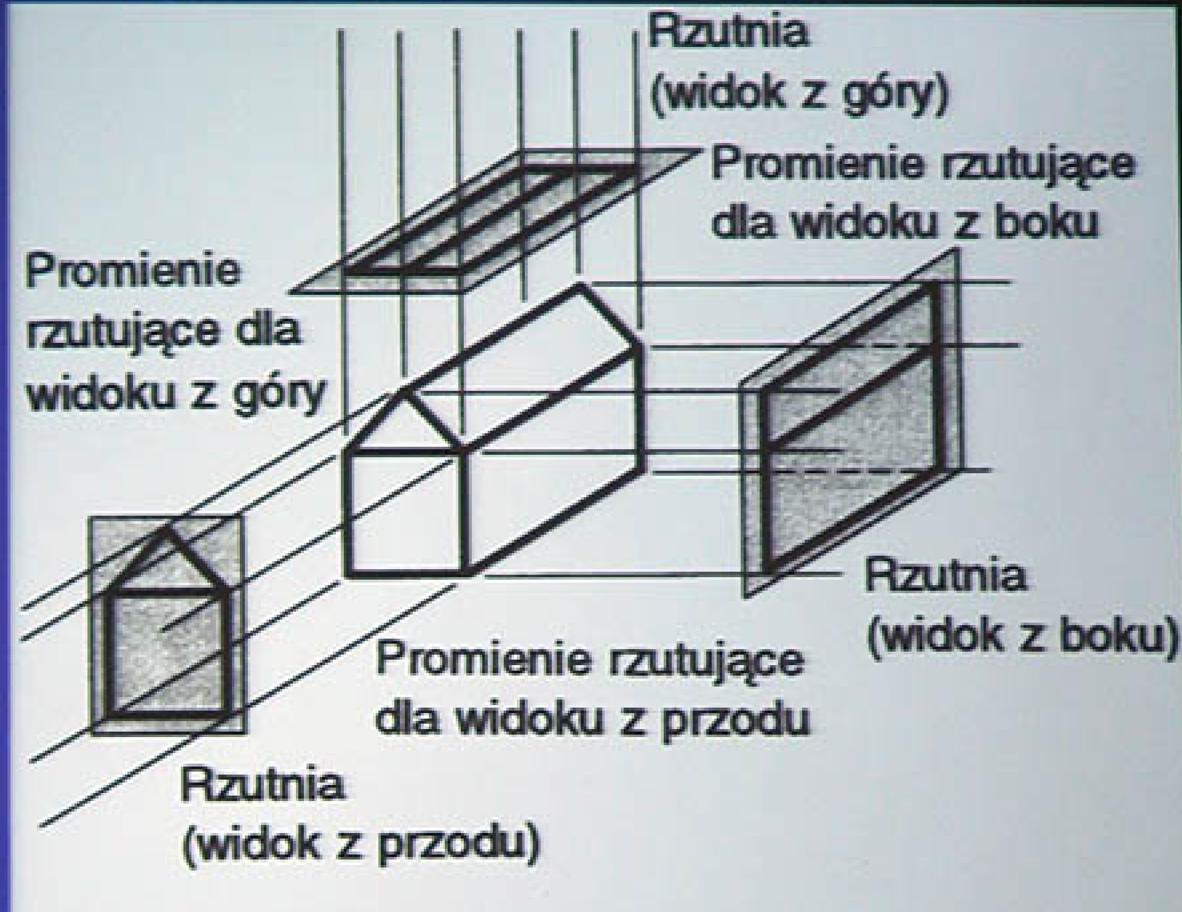
y
1
1
1


Grayscale View
Setting
Close Grayscale View
Draw
AutoShapes
Slide 5 of 12
PJWSTK
Polish
Start
Microsoft PowerPoint ...

Rzuty równoległe prostokątne

Rzuty równoległe

- Prostokątne
  - Przedni
  - Górny
  - Boczny
  - Aksonometryczny
- Ukośne



Konstrukcja trzech rzutów prostokątnych

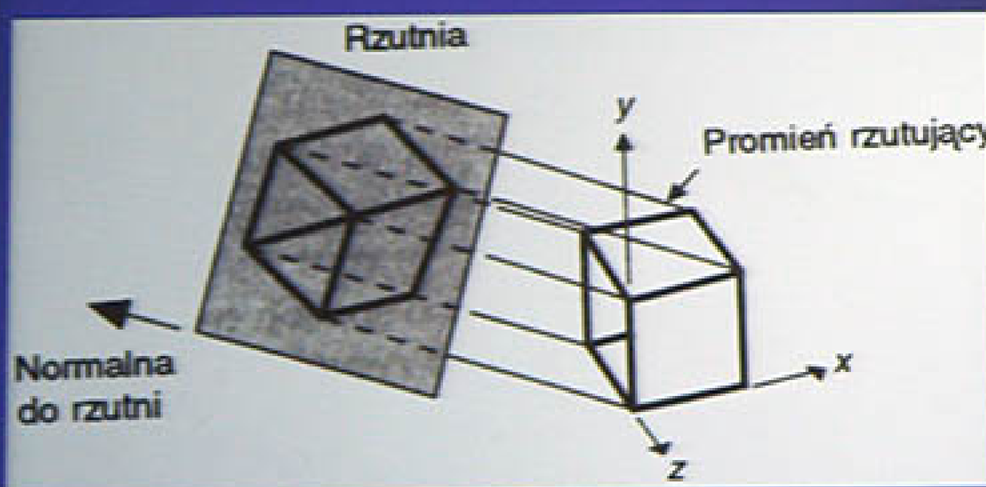
Zachowuje

- równoległość prostych
- Stosunek długości odcinków równoległych

Rzuty równoległe (2)

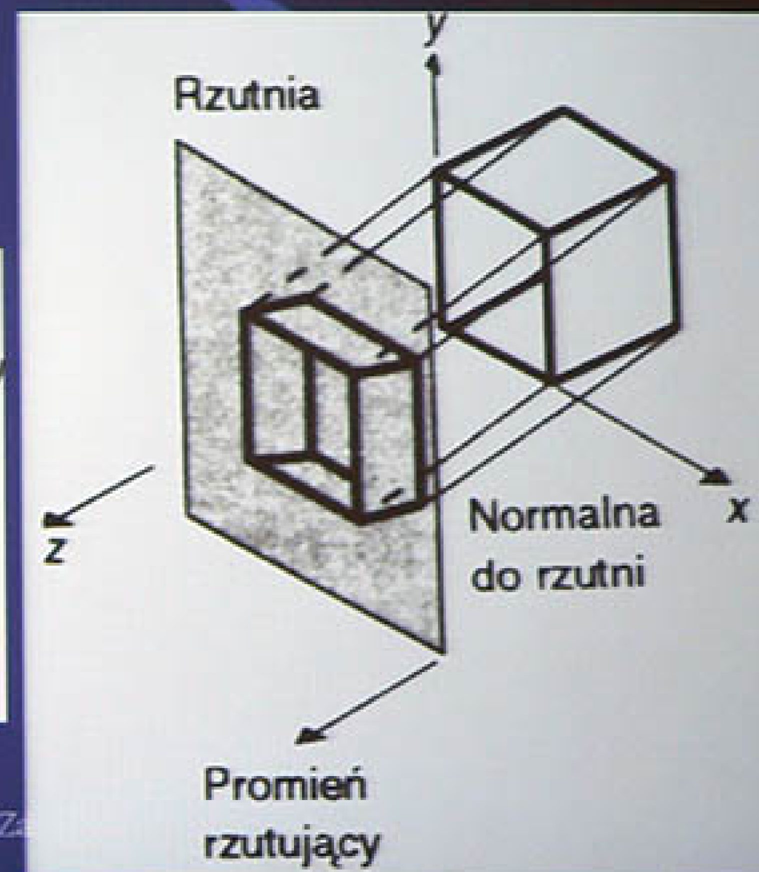
Rzuty prostokątny aksometryczny
(rzutnia nie jest prostopadła do osi głównej)

- Rzut izometryczny
  - normalna do rzutni tworzy identyczne kąty z osiami układu współrzędnych

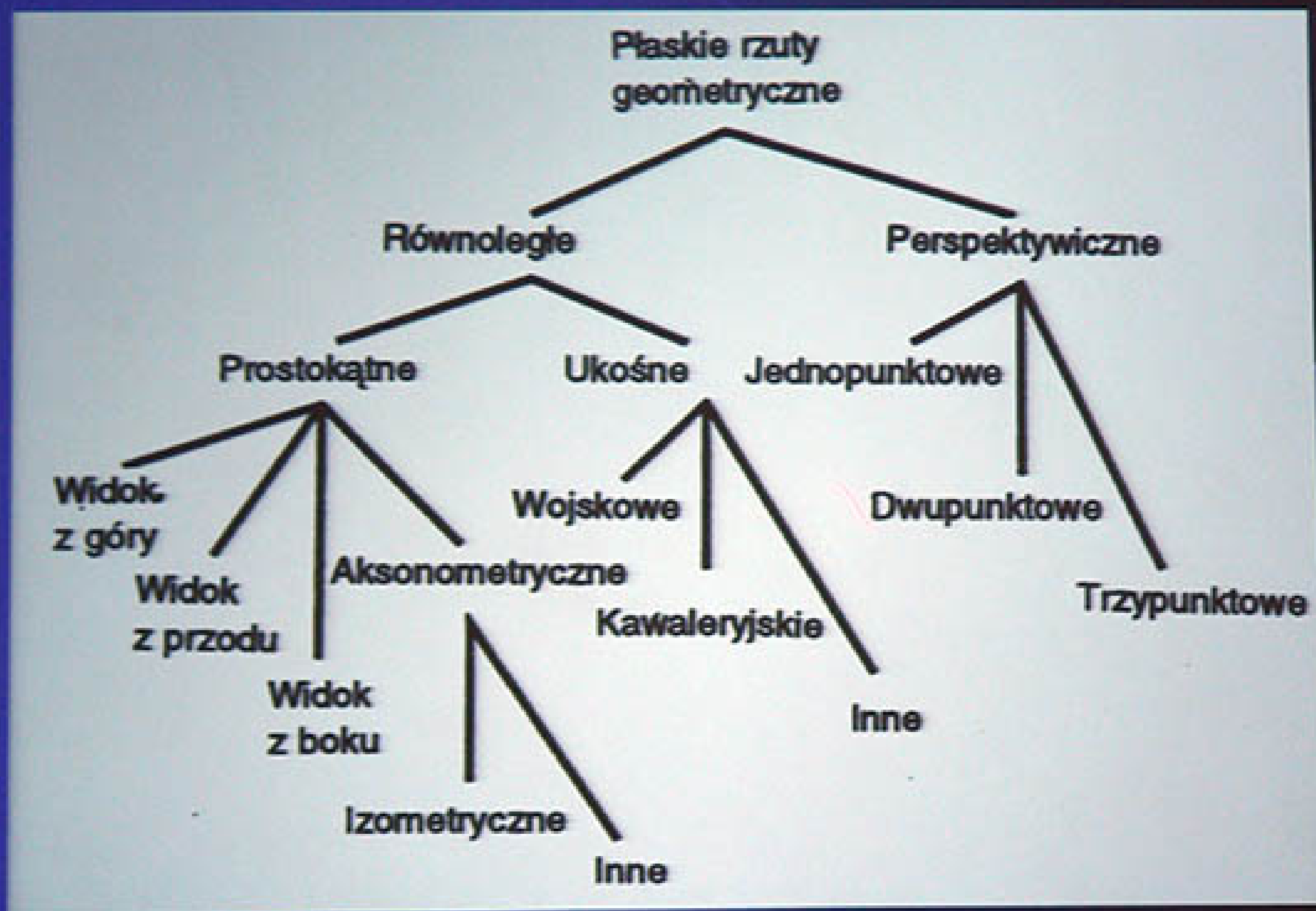


Konstrukcja rzutu izometrycznego dla sześcianu jednostkowego.

Rzut ukośny



Klasyfikacja rzutów

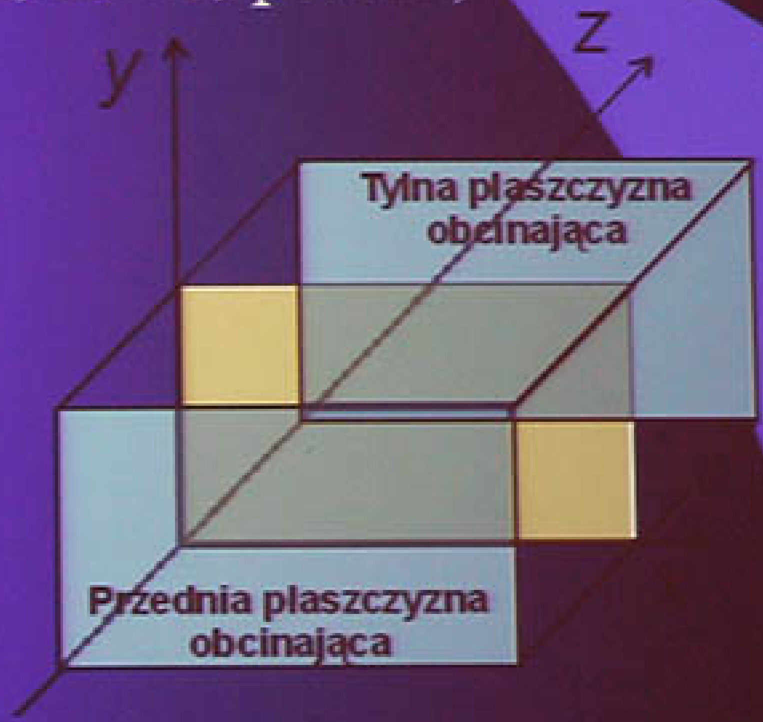


Bryła widzenia

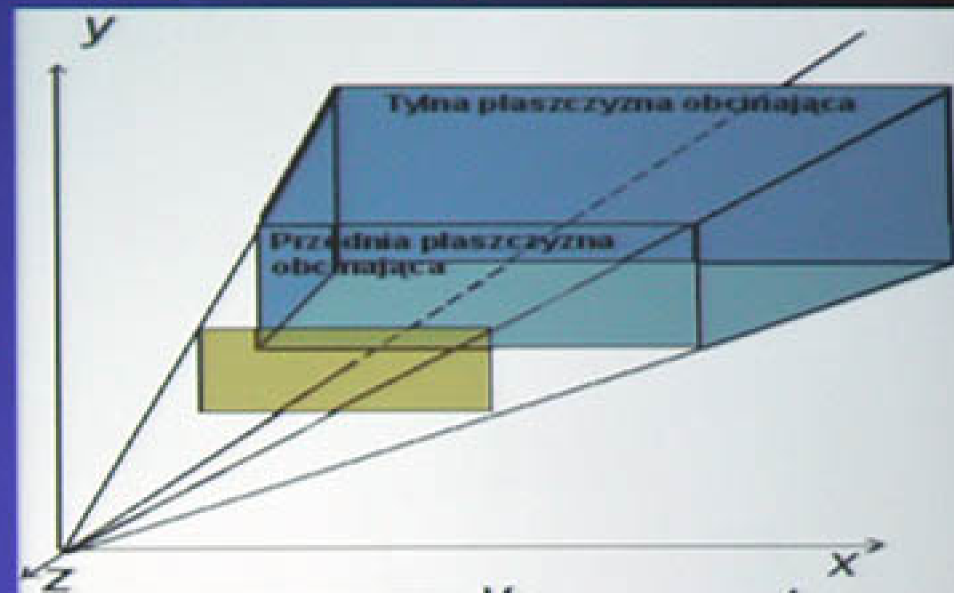
Stożek widzenia, piramida widzenia

- Przednia płaszczyzna obcinania
  - Płaszczyzna rzutowania
  - Ekran (obcinanie góra, dół, lewo, prawo)
- Tylna płaszyczyzna obcinania

W rzucie równoległym bryłą widzenia jest równoległobok



Bryła widzenia dla rzutu perspektywicznego

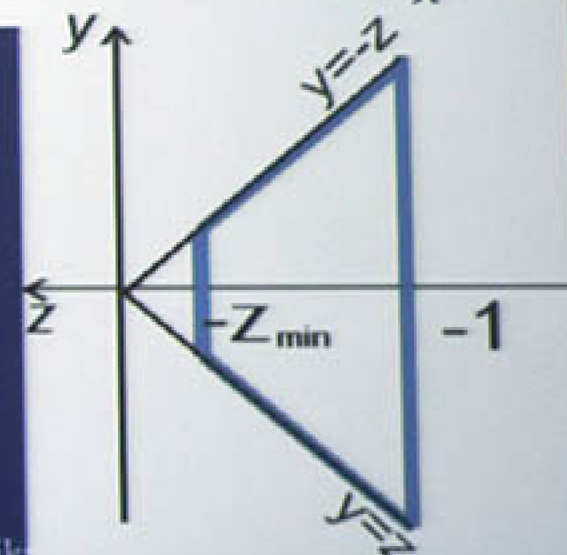


Punkt zbieżności (oko obserwatora)

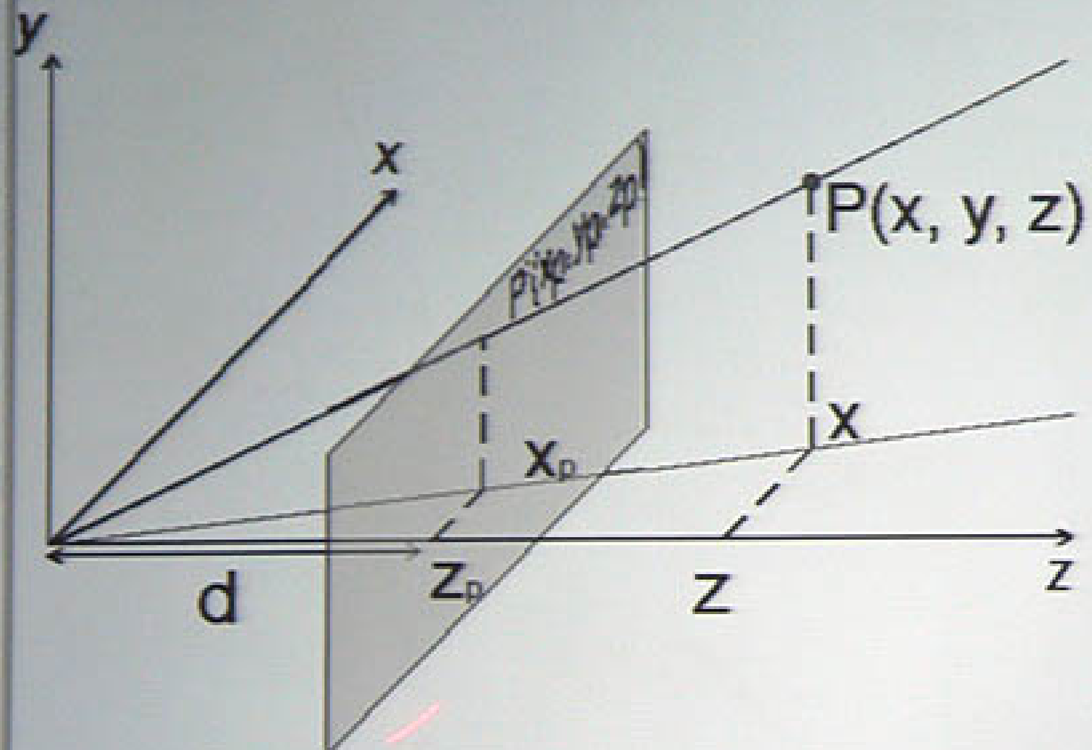
Obcinanie przez bryłę widzenia

Kanoniczne bryły widzenia

- Rzut równoległy
  - $x = -1,\ x = 1,\ y = -1,\ y = 1,\ z = 0,\ z = -1$
- Rzut perspektywiczny
  - $x = z,\ x = -z,\ y = z,\ y = -z,\ z = z_{min},\ z = -1$



Przekształcenia macierzowe rzutu



$$\frac{x_p}{d} = \frac{x}{z} \qquad \frac{y_p}{d} = \frac{y}{z}$$

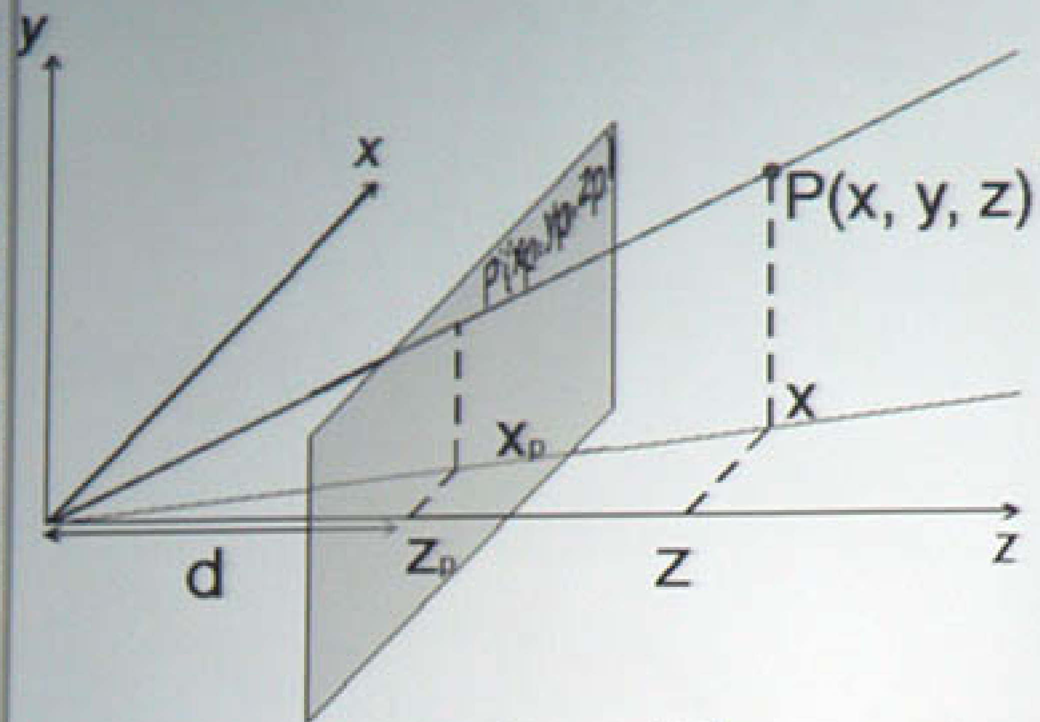
$$x_p = \frac{x}{\frac{z}{d}} \qquad y_p = \frac{y}{\frac{z}{d}}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ W \end{bmatrix} = M_{per} \bullet P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 0 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \frac{z}{d} \end{bmatrix}$$

Po normalizacji (tak by $W = 1$)

$$\begin{bmatrix} \frac{x}{z/d} \\ \frac{y}{z/d} \\ \frac{z}{z/d} = d \\ 1 \end{bmatrix}$$

Przekształcenia macierzowe rzutu



$$\frac{x_p}{d} = \frac{x}{z} \qquad \frac{y_p}{d} = \frac{y}{z}$$

$$x_p = \frac{x}{\frac{z}{d}} \qquad y_p = \frac{y}{\frac{z}{d}}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ W \end{bmatrix} = M_{per} \bullet P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 0 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \frac{z}{d} \end{bmatrix}$$

Po normalizacji (tak by W = 1)

$$\begin{bmatrix} \frac{x}{z/d} \\ \frac{y}{z/d} \\ \frac{z}{z/d} = d \\ 1 \end{bmatrix}$$

Slide 11 of 12

Reprezentacja brył i powierzchni

- modelowanie istniejących obiektów
  - dobrze znany wygląd obiektu
  - brak jednoznacznego (matematycznego) opisu powierzchni
  - wymaganie nieskończenie wiele punktów do opisu
  - *Aproksymacja* obiektu
- obiekty nierzeczywiste
  - swoboda w reprezentacji obiektu


OBEJRZYJ SIĘ ZA SIEBIE...
LOVE

Reprezentacja brył i powierzchni

- modelowanie istniejących obiektów
  - dobrze znany wygląd obiektu
  - brak jednoznacznego (matematycznego) opisu powierzchni
  - wymaganie nieskończenie wiele punktów do opisu
  - *Aproksymacja* obiektu
- obiekty nierzeczywiste
  - swoboda w reprezentacji obiektu

Reprezentacja siatek wielokątowych

- Reprezentacja bezpośrednia

  $P = (V_1, V_2, ..., V_n) = ((x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), ..., (x_n, y_n, z_n))$

- Wskaźniki na listę wierzchołków

  $V = (V_1, V_2, ..., V_n)$

  $P_1 = (1,2,4)\ ;\ P_2 = (4,2,3)$

- Lista krawędzi wielokąta

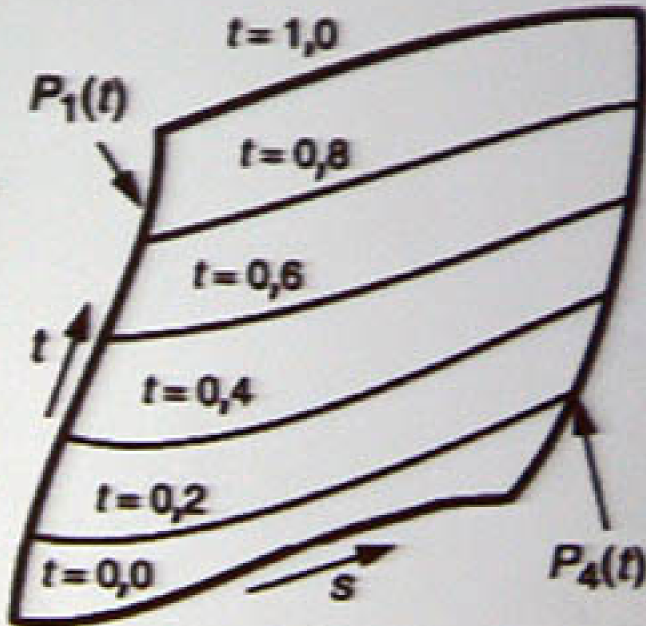
  $V = (V_1, V_2, ..., V_n)$

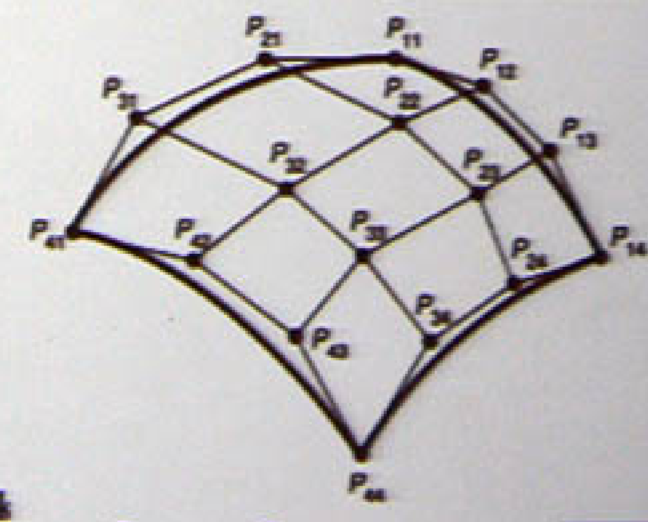
  $E_1 = (V_1, V_2, P_1, P_2)\ ;\ E_2 = (V_2, V_3, P_2, \mathbf{0})$; ...

  $P_1 = (E_1, E_4, E_5); P_2 = (E_2, E_3, E_4)$;

Powierzchnie parametryczne

- Wielomianowe krzywe parametryczne trzeciego stopnia $Q(t) = (f_x(t), f_y(t), f_z(t))$
- Dobór współczynników
- Parametryczne wielomianowe płaty powierzchni
  - Współrzędne punktu powierzchni określane są poprzez dwa parametry
  - $Q(s, t) = (f_x(s,t), f_y(s,t), f_z(s,t))$
  - Brzegi są krzywymi parametrycznymi





Powierzchnie drugiego stopnia

F(x,y,z)=0

Jeśli f(x,y,z) jest wielomianem drugiego stopnia, to Mówimy o powierzchniach drugiego stopnia.

$f(x,y,z) = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2dxy + 2eyz + 2fxz + 2gx + 2hy + 2jz + k$

$$P^T \bullet Q \bullet P = 0$$

$$Q = \begin{bmatrix} a & d & f & g \\ d & b & e & h \\ f & e & c & j \\ g & h & j & k \end{bmatrix} \qquad P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Powierzchnie drugiego stopnia(cd)

Zalety reprezentacji

- Obliczanie normalnej do powierzchni
- Testowanie czy punkt leży na powierzchni
- Łatwe obliczanie z dla danych współrzędnych punktu (x, y)
- Obliczanie przecięcia jednej powierzchni z drugą

<u>Zadanie</u>

Wiedząc, że powierzchnia drugiego stopnia opisana jest równaniem macierzowym $P^T \cdot Q \cdot P = 0$. Jaka bryła reprezentowana jest dla

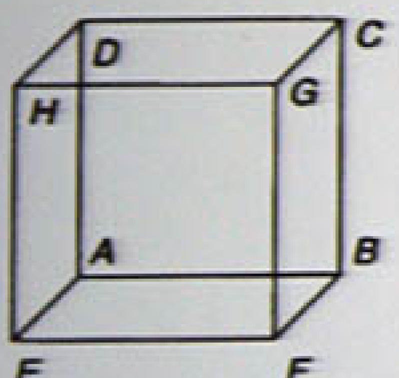
$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Reprezentacja brył

Jeśli powierzchnie 3D opisują brzeg zamkniętego obszaru (o określonej objętości) mówimy o *modelowaniu brył*

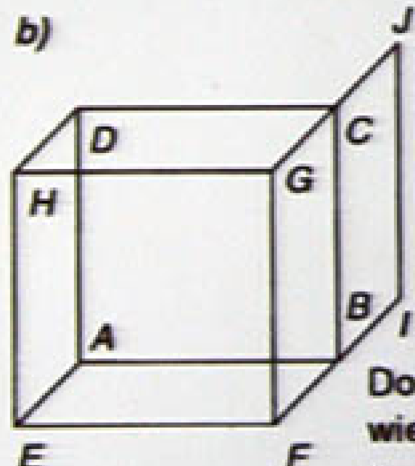
- Wnętrze obiektu
- Kolizje obiektów
- Modelowanie własności fizycznych itp.

a)



Wierzchołki		Odcinki
A	(0, 0, 0)	*AB*
B	(1, 0, 0)	*BC*
C	(1, 1, 0)	*CD*
D	(0, 1, 0)	*DA*
E	(0, 0, 1)	*EF*
F	(1, 0, 1)	*FG*
G	(1, 1, 1)	*GH*
H	(0, 1, 1)	*HE*
		AE
		BF
		CG
		DH

b)



Dodatkowe wierzchołki		Dodatkowe odcinki
I	(1, 0, –1)	*BI*
J	(1, 1, –1)	*IJ*
		JC

Własności dobrej reprezentacji brył

- *Domena reprezentacji* – możliwość przedstawienie możliwie wielu obiektów fizycznych
- *Niedwuznaczność*, *kompletność* – wiemy dokładnie co jest reprezentowane
- *Unikatowość* umożliwia kodowanie dowolnej bryły tylko w jeden sposób (sprawdzanie czy dwa obiekty są równe)
- *Dokładność* – reprezentacja bez przybliżania
- *Poprawność* – tylko prawidłowe obiekty
- *Domknięcie* – operacje na poprawnych bryłach powinny dawać poprawne bryły (obrotu, skalowania i inne np. operacje boolowskie)
- *Zwartość*, *oszczędność* i *efektywność*

Bryły – operacje boolowskie

Zbiór operacji boolowskich

- Suma
- Różnica
- Przecięcie

W wyniku tych operacji mogą powstać bryły, odcinki punkty.

Regularyzowane operatory boolowskie – wykonanie operacji na bryłach daje bryłę.