

CENTRALNE TWIERDZENIE GRANICZNE

Zadanie 1. Astronom, chcąc zmierzyć odległość (w latach świetlnych) do pewnej odległej gwiazdy, dokonuje wielu pomiarów odległości. Pomiarów są niezależne o jednakowym rozkładzie o średniej d i wariancji 4. Wyznaczyć minimalną liczbę pomiarów, które musi wykonać, aby wyznaczona odległość (jako średnia z pomiarów) nie różniła się od prawdziwej o więcej niż 0,5 roku świetlnego.

Zadanie 2. Rzucono dziesięcioma kostkami do gry. Wyznaczyć (stosując CTG) przybliżone prawdopodobieństwo, że suma oczek jest zawarta między 30 a 40.

Wsk. Policzyć $P(30 \leq \sum_{i=1}^{10} X_i \leq 40)$.

Zadanie 3. Niech $X_i, i = 1, \dots, 10$ będą niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie jednostajnym na $(0, 1)$. Wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo $P(\sum_{i=1}^{10} X_i > 6)$.

Zadanie 4. Niech $X_i, i = 1, \dots, 20$ będą niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie Poissona ze średnią 1. Wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo $P(\sum_{i=1}^{20} X_i > 15)$.

Zadanie 5. Pięćdziesiąt liczb rzeczywistych zaokrąglono do najbliższej liczby całkowitej. Zakładamy, że błędy zaokrągleń mają rozkład jednostajny na przedziale $(-0,5, 0,5)$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma 50 liczb otrzymanych w wyniku zokrąglenia jest większa o 3 od sumy 50 liczb niezaokrąglonych.

Zadanie 6. Mamy 100 żarówek, których czas działania jest wykładniczy o średniej 5 godzin. Używamy jednocześnie tylko jednej żarówki, a w przypadku zepsucia się żarówki natychmiast wstawiamy na jej miejsce nową. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że po 525 godzinach będzie działała jeszcze jakaś żarówka.

Zadanie 7. W pojedynczej grze gracz traci 1 zł z prawdopodobieństwem 0,7, traci 2 zł z prawdopodobieństwem 0,2 lub wygrywa 10 zł z prawdopodobieństwem 0,1. Wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo, że po 100 grach gracz będzie przegrywał.

Zadanie 8. Przegląd konserwacyjny maszyny składa się z dwóch oddzielnych etapów. Czas trwania pierwszego etapu ma rozkład wykładniczy o średniej 0,2 godziny, a czas potrzebny na przeprowadzenie drugiego etapu ma rozkład wykładniczy o średniej 0,3 godziny. Czasy trwania obu etapów są niezależne. Zakładając, że mamy 20 maszyn do przeglądu, wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo, że cała praca zostanie wykonana w czasie nie dłuższym niż 8 godzin.