

Zadanie 1.

N - Pan X przegrał, W - Pan X wygrał

A_1 - grał na automacie I

A_2 - grał na automacie II

A_3 - grał na automacie III

$$P(A_1) = \frac{\binom{13}{3} + \binom{13}{2} \binom{39}{1}}{\binom{52}{3}} = \frac{286 + 78 \cdot 39}{22100} = 0,151$$

$$P(A_2) = \frac{\binom{13}{1} \binom{39}{2}}{\binom{52}{3}} = \frac{13 \cdot 741}{22100} = 0,436$$

$$P(A_3) = \frac{\binom{39}{3}}{\binom{52}{3}} = \frac{9139}{22100} = 0,413$$

$$P(W|A_1) = 1/4 \quad \Rightarrow \quad P(N|A_1) = 3/4$$

$$P(W|A_2) = 1/5 \quad \Rightarrow \quad P(N|A_2) = 4/5$$

$$P(W|A_3) = 1/6 \quad \Rightarrow \quad P(N|A_3) = 5/6$$

Korzystamy ze wzoru na p-stwo całkowite:

$$P(N) = P(N | A_1)P(A_1) + P(N | A_2)P(A_2) + P(N | A_3)P(A_3)$$

Zadanie 2.

C - wylosowano kulę czarną

U_2 - losowano z U_2

U_3 - losowano z U_3

$$P(U_2) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7} \quad \Rightarrow \quad P(U_3) = \frac{5}{7}$$

$$P(C|U_2) = \frac{6}{10} \quad ; \quad P(C|U_3) = \frac{2}{8}$$

Korzystamy ze wzoru Bayesa:

$$P(U_2|B) = \frac{P(B|U_2)P(U_2)}{P(B|U_2)P(U_2) + P(B|U_3)P(U_3)} = \frac{\frac{6}{10} \cdot \frac{2}{7}}{\frac{6}{10} \cdot \frac{2}{7} + \frac{2}{8} \cdot \frac{5}{7}}$$

Zadanie 3.

Zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych to ilość takich par (k, l) , gdzie k i l może przyjmować wartości liczb naturalnych (liczbę oczek) od 1 .. 6. Odpowiednio k na pierwszej kostce i l na drugiej.

Zatem wszystkich zdarzeń elementarnych będzie $6^2 = 36$

Zmienna losowa $X(s) = k + l$

Zmienna losowa może przyjmować zatem następujące wartości: $\{2, 3, \dots, 11, 12\}$

Rozkład zmiennej losowej X ma zatem postać:

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$p(x)$	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

Zadanie 4.

Punktu skoków dystrybuanty są wartościami zmiennej losowej, a wartości tych skoków są wartościami prawdopodobieństw.

Zatem:

X	-5	-1	2	6
$p(x)$	0,2	0,4	$C-0,6$	$1-C$

gdzie parametr C może przyjąć wartości z przedziału $[0,6 ; 1]$.

Wynika to z tego, że $p(x)$ muszą być w przedziale $[0,1]$ albo z niemalejąca dystrybuanty.

$$P(-4 < X < 4) = P(X=-1) + P(X=2) = 0,4 + (C - 0,6) = C - 0,2$$

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - F(2) = 1 - C$$

$$\text{lub } P(X > 2) = P(X=6) = 1 - C$$