

**Podstawy Symulacji Komputerowej**

Egzamin 2017 r.

**Test**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

**Pytania jednokrotnego lub wielokrotnego wyboru.****Poprawny wybór odpowiedzi: 5 pkt. Brak dobrej odpowiedzi: 0 pkt.**

1	<p>Modelowanie to:</p> <p>a. budowanie badanego obiektu w mniejszej skali, by łatwiej było zbadać jego właściwości;</p> <p><input checked="" type="radio"/> b. badanie właściwości modelu samego w sobie;</p> <p>c. eksperymentowaniem z modelem, mającym na celu predykcję zachowań dynamicznych oryginału.</p>	5	<p>Ruch wahadła płaskiego jest:</p> <p><input checked="" type="radio"/> a. izochroniczny;</p> <p>b. izotermiczny;</p> <p>c. izobaryczny;</p> <p>d. izomeryczny.</p>
2	<p>Model wiarygodny musi być:</p> <p><input checked="" type="radio"/> a. poprawny;</p> <p>b. skuteczny;</p> <p>c. tani;</p> <p><input checked="" type="radio"/> d. użyteczny;</p> <p>e. zgodny z najnowszymi osiągnięciami nauki.</p>	6	<p>Model numeryczny symulacji ruchu dowolnego obiektu wynika:</p> <p>a. z analizy modelu fizycznego;</p> <p>b. z analizy modelu matematycznego;</p> <p><input checked="" type="radio"/> c. z analizy modelu fizycznego i matematycznego.</p>
3	<p>Brachistochrona to:</p> <p>a. inna nazwa cykloidy;</p> <p>b. chroniczna infekcja wirusowa;</p> <p><input checked="" type="radio"/> c. trajektoria po jakiej poruszałoby się ciało w jednorodnym polu grawitacyjnym, by czas trwania ruchu był najkrótszy.</p>	7	<p>Model fizyczny dowolnej symulacji komputerowej wynika:</p> <p>a. z oczekiwań użytkownika;</p> <p>b. z braku wiedzy autora symulacji;</p> <p>c. z pobieżnej analizy zachowania podmiotu symulacji;</p> <p><input checked="" type="radio"/> d. z teorii i z eksperymentów opisujących przebieg symulowanego zjawiska.</p>
4	<p>W automacie komórkowym</p> <p>a. otoczenie von Neumana zawiera więcej komórek niż otoczenie Moore'a;</p> <p><input checked="" type="radio"/> b. otoczenie Moore'a zawiera więcej komórek niż otoczenie von Neumana;</p> <p>c. oba otoczenia mają identyczną liczbę komórek;</p>	8	<p>Wg Luhmanna kultura w sieci społecznej to:</p> <p>a. umiejętna reakcja na obelżywe wypowiedzi;</p> <p><input checked="" type="radio"/> b. zbiór zasad obowiązujących w danej społeczności;</p> <p>c. lista tematów umożliwiających komunikację.</p>

EGZAMIN PSM 2017

Imię Nazwisko .....

Nr indeksu .....

9	<p>Każda komórka automatu komórkowego ma pewną liczbę sąsiadów w swym otoczeniu, a otoczenie Moore'a w automacie komórkowym zawiera:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. dwie komórki;</li> <li>b. cztery komórki;</li> <li>c. sześć komórek;</li> <li><input checked="" type="radio"/> d. osiem komórek;</li> <li>e. więcej niż osiem komórek;</li> <li>f. dowolną liczbę komórek.</li> </ul>	15	<p>Każda komórka automatu komórkowego ma pewną liczbę sąsiadów w swym otoczeniu, a otoczenie von Neumana w automacie komórkowym zawiera:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. dwie komórki;</li> <li><input checked="" type="radio"/> b. cztery komórki;</li> <li>c. sześć komórek;</li> <li>d. osiem komórek;</li> <li>e. więcej niż osiem komórek;</li> <li>f. dowolną liczbę komórek.</li> </ul>
10	<p>Gra w życie to:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. mało zabawna gra w karty;</li> <li><input checked="" type="radio"/> b. model rodzenia się, ewolucji i śmierci bakterii;</li> <li>c. rosyjska ruletka;</li> <li>d. przeskakiwanie prze tory tuż przed przejeżdżającym pociągiem.</li> </ul>	16	<p>Przestrzeń fazowa obiektów materialnych ma:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. 3 wymiary;</li> <li>b. 4 wymiary;</li> <li>c. 5 wymiarów;</li> <li><input checked="" type="radio"/> d. 6 wymiarów.</li> </ul>
11	<p>Pojęcie równowagi Nasha występuje:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. w grach kooperacyjnych;</li> <li><input checked="" type="radio"/> b. w grach niekooperacyjnych;</li> <li>c. w każdym rodzaju gry.</li> </ul>	17	<p>Gra Dylemat Więźnia, to gra:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. kooperacyjna;</li> <li><input checked="" type="radio"/> b. niekooperacyjna;</li> <li>c. z łatwo osiągalną równowagą Nasha.</li> </ul>
12	<p>Bryła sztywna w przestrzeni 3D ma:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. 3 stopnie swobody;</li> <li>b. 4 stopnie swobody;</li> <li>c. 5 stopni swobody;</li> <li><input checked="" type="radio"/> d. 6 stopni swobody.</li> </ul>	18	<p>Punkt materialny ma w przestrzeni 3D:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="radio"/> a. 3 stopnie swobody;</li> <li>b. 4 stopnie swobody;</li> <li>c. 5 stopni swobody;</li> <li>d. 6 stopni swobody.</li> </ul>
13	<p>Energię kinetyczną ciała jako całości można zmienić:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. zmieniając energię wewnętrzną ciała;</li> <li><input checked="" type="radio"/> b. podgrzewając lub ochładzając ciało;</li> <li>c. tylko działaniem sił zewnętrznych.</li> </ul>	19	<p>Trzecie prawo Keplera brzmi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Sześciiany czasów obiegu Słońca przez dwie planety mają się do siebie tak, jak kwadraty dużych półosi torów tych planet.</li> <li><input checked="" type="radio"/> b. Kwadraty czasów obiegu Słońca przez dwie planety mają się do siebie tak, jak sześciiany dużych półosi torów tych planet.</li> <li>c. W ruchu planet po orbicie prędkość liniowa każdej planety jest wielkością stałą.</li> </ul>
14	<p>Prędkość polowa w ruchu planet to:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. wielkość zmienna charakteryzująca ruch planety po orbicie;</li> <li>b. prędkość planety wg definicji radzieckiego astronoma V.V. Polova;</li> <li><input checked="" type="radio"/> c. pole elipsy <math>S = \pi a b</math> podzielone przez czas obiegu <math>T</math> planety po swej trajektorii.</li> </ul>	20	<p>Ciąg Markova jest drugiego rzędu, jeśli prawdopodobieństwo przyszłego zachowania systemu</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. zależy tylko od jego bieżącej zmiany;</li> <li>b. jest całkowicie niezależne od poprzednich zmian;</li> <li><input checked="" type="radio"/> c. zależy tylko od bieżącej i od poprzedniej zmiany.</li> </ul>

## Pytania i problemy otwarte

1. Zaproponuj algorytm działania automatu komórkowego realizujący grę w życie (Game of Life) z uwzględnieniem drugich sąsiadów. **10 pkt**
2. Jakie są zalety i wady symulacji komputerowych? **5 pkt**
3. Zaproponuj macierz wypłat dla wybranej przez siebie gry dwuosobowej (opisz tę grę i zaproponuj ewentualną strategię). **10 pkt**
4. Jaki wpływ na wynik rzutu ukośnego ma wpływ tarcia? **5 pkt**  
Uwaga: nie wystarczy napisać, że wpływ będzie duży lub mały. Opisz przebieg zjawiska.
5. Opisz, jak Laplace wyobrażał sobie działania swego demona. **5 pkt**
6. Opisz dokładnie przynajmniej jeden algorytm rozwiązywania równań nieliniowych. Dołącz rysunek. **10 pkt**
7. Opisz dokładnie przynajmniej jeden algorytm całkowania numerycznego. Dołącz rysunek. **10 pkt**
8. Opisz metodę znajdowania pola powierzchni pod krzywą zadaną równaniem  $y = f(x)$  na przedziale  $[-1, 1]$  metodą Monte Carlo. Kto jest autorem tej metody? **5 pkt**
9. Przypomnij definicję fraktala wg B. Mandelbrota. Jaką wartość ma wymiar Hausdorffa jego słynnego żuka? **5 pkt**
10. Podaj definicję fraktala Julii i zaproponuj metodę, w jaki sposób można go otrzymać. **5 pkt**

Liczba punktów do zdobycia: 100

Liczba punktów za test	
Liczba punktów za problemy	
Liczba punktów razem	
<b>Ocena</b>	

Punkty	Ocena
0-85	2
86-114	3
115-143	4
144-170	5

2. Zalety:

koszt, symulacja w różnych warunkach, obserwacje przyspieszone oraz spowolnione, powtarzanie eksperymentu, odseparowanie od zakłóceń, analiza nieistniejących zjawisk

Wady:

uproszczenie rzeczywistości, czasochłonność, niescieżowany model, błędy, ile określony cel

5. Kompletna wiedza o położeniu wszystkich cząstek elementarnych wszechświata oraz

sił działających na nie, zdolności do odtworzenia całej przeszłości i przyszłości.

1. Komórka ma 16 drugich sąsiadów, pierwszy  $8 \cdot 1$ , drugi  $16 \cdot 0,5$ . Jeśli komórka żyje i ma mniej niż 8 sąsiadów, to umiera, z przeciwności umiera, gdy ma więcej niż 11. Jeśli jest martwa to ożyje  $3 < x < 12$ .

4.

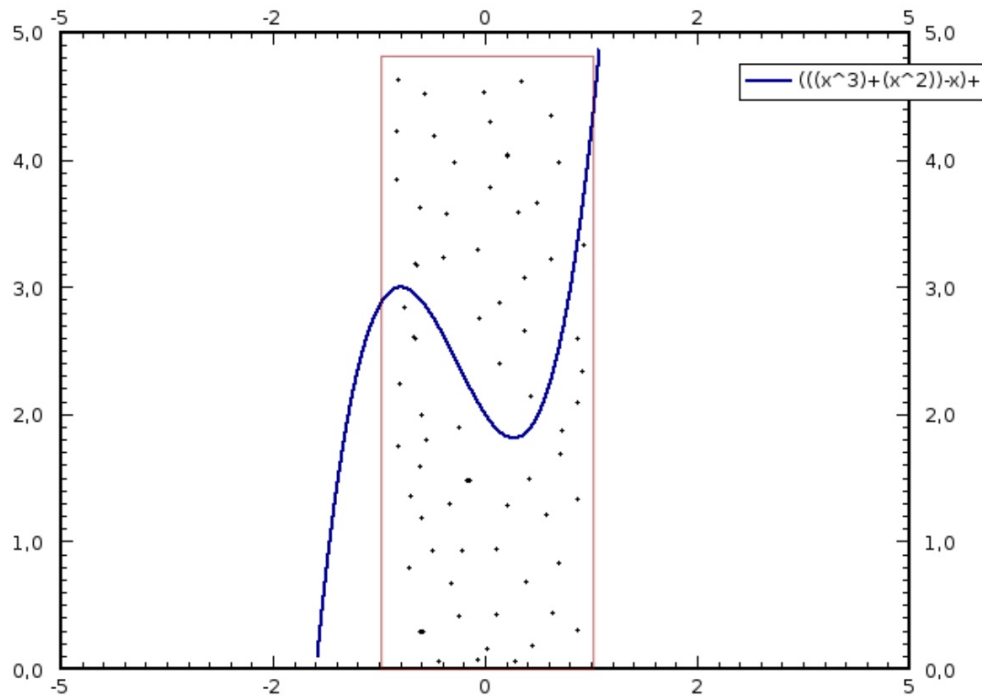


kacper738 Dzisiaj o 10:29

4. Prędkość w ruchu ukośnym rozkładamy na dwie składowe - wzdłuż osi X i Y ( $V_x$  i  $V_y$ ). Siła tarcia, działająca w przeciwnym kierunku niż prędkości je, sprawiając, że działo leci niżej i krócej.

8. Wyangizilil John von Neumann.

Metoda polega na wylosowaniu pewnej (dużej) liczby punktów w obszarze ograniczonym prostokątem (takim, żeby cały obszar którego pole chcemy policzyć się zmieścić, jednak nie za dużego, aby wynik był jak najdokładniejszy) i sprawdzeniu, które punkty leżą pod krzywą.



kacper738 Dzisiaj o 10:36

Opis metody: losujemy dużą liczbę punktów ograniczoną prostokątem w przedziale  $-1, 1$  oraz minimum i maksimum wartości funkcji na tym przedziale. Sprawdzamy ile punktów znajduje się pod krzywą i jaki procent wszystkich punktów stanowią. Obliczamy pole prostokąta w którym losowaliśmy punkty. Procent punktów znajdujących się pod krzywą \* pole prostokąta = pole pod krzywą.

3.



Spookhype Dziś o 10:39

to zbiór punktów  
płaszczyzny, dla którego dwa wymiary: wymiar topologiczny i  
wymiar Hausdorffa - sa różne.



kacper738 Dziś o 10:42

W 1991 roku Mitsuhiro Shishikura udowodnił, że brzeg zbioru Mandelbrota ma wymiar Hausdorffa równy

2

**Zbiór Mandelbrota** (żuk Mandelbrota) – podzbiór [płaszczyzny zespolonej](#), którego [brzeg](#) jest jednym z najbardziej znanych [fraktali](#)<sup>[1][2]</sup>, „najstynniejszym obiektem współczesnej matematyki”. Nazwa tego obiektu została wprowadzona dla uhonorowania jego odkrywcy, francuskiego matematyka [Benoit Mandelbrota](#)<sup>[1][3]</sup>.

## Podstawy Symulacji Komputerowej

Egzamin 2018 r.

## Test

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Pytania jednokrotnego lub wielokrotnego wyboru, do zdobycia: 79

Pełny poprawny wybór odpowiedzi: +5 pkt.

Brak odpowiedzi: 0 pkt. Każdy błędny wybór odpowiedzi: -2 pkt.

$$\vec{A} \times \vec{B} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$$

$$\begin{aligned} 1, 2, 3 &= (2 \cdot 1 - 3 \cdot 2; 3 \cdot 3 - 1 \cdot 1; \\ 3, 2, 1 &= (1 \cdot 2 - 2 \cdot 3) = \\ &= -4, 8, -4 \end{aligned}$$

1. Czy wektor prostopadły do wektorów
- $[1, 2, 3]$
- i
- $[3, 2, 1]$
- to:

a.  $[-4, 8, 4]$ ;b.  $[4, -8, -4]$ ; c.  $[-4, 8, -4]$ .

Sprawdź poprawność wyboru rozwiązania.

2. Ruch wahadła płaskiego jest:

 a. izochroniczny;

b. izotermiczny;

c. izobaryczny;

d. izomeryczny.

Uzasadnij swój wybór.

*izochromizm oznacza niezależność amplitudy od okresu drgań*

3. Każda komórka automatu komórkowego ma pewną liczbę sąsiadów w swym otoczeniu, ale:

a. otoczenie von Neumana zawiera więcej komórek niż otoczenie Moore'a;

 b. otoczenie Moore'a zawiera więcej komórek niż otoczenie von Neumana;

c. oba otoczenia mają identyczną liczbę komórek, tylko inaczej rozmieszczonych.

4. Obiekt materialny w przestrzeni fazowej ma:

a. 3 stopnie swobody;

b. 4 stopnie swobody;

c. 5 stopni swobody;

 d. 6 stopni swobody.

Opisz te stopnie swobody.

5. Efekt nieodwracalności w automatach komórkowych polega na tym, że:

a. startując z tej samej konfiguracji początkowej otrzymujemy różne konfiguracje końcowe;

 b. identyczna konfiguracja końcowa może być otrzymana z różnych konfiguracji startowych; c. nie ma czegoś takiego jak efekt nieodwracalności w automatach komórkowych;

d. różne konfiguracje początkowe dają różne konfiguracje końcowe.

Imię Nazwisko .....

6. Ile wynosi prędkość światła w próżni?
- 298 357 422 m/s;
  - 299 792 458 m/s;
  - 300 124 560 m/s.
7. Proces stochastyczny jest ergodyczny, jeżeli:
- każdy kolejny odcinek tego procesu jest statystycznie taki sam i jest jednakowo reprezentatywny dla całości procesu;
  - prawdopodobieństwo zaobserwowania wartości  $y(t)$ , należącej do pewnego zbioru  $A$ , da się oszacować przez średni czas pobytu każdej realizacji w tym zbiorze podczas długiego czasu obserwacji;
  - da się go przedstawić, jako sumę poszczególnych podprocesów.
8. Przedmiotem teorii gier jest:
- wypracowanie optymalnych ruchów figur w grach planszowych;
  - konstrukcja nowoczesnych gier spełniających narzucone warunki;
  - wypracowanie technik podejmowania optymalnych decyzji w warunkach niepewności jakle decyzje podejmie przeciwnik.
9. Efekt Lorentza-FitzGeralda polega na:
- dylatacji czasu w układzie poruszającym się ze skończoną prędkością względem absolutnego układu odniesienia;
  - uwolnieniu energii w wyniku fuzji termojądrowej;
  - skróceniu długości pręta w układzie poruszającym się z określoną prędkością względem układu w którym pręt spoczywa.

10. Postać normalna gry *Dylemat więźnia* ma postać:

1/2	N	P
N	1, 1	3, -3
P	-3, 3	2, 2

(a)

1/2	N	P
N	2, 2	3, 0
P	0, 3	1, 1

 (b)

1/2	N	P
N	1, 1	2, 2
P	2, 2	3, 3

(c)

Dlaczego wybrałeś akurat tę postać normalną tej gry?

11. Energię kinetyczną ciała jako całości można zmienić:
- zmieniając energię wewnętrzną ciała;
  - podgrzewając lub ochładzając ciało;
  - tylko działaniem sił zewnętrznych.
12. Pełny proces modelowanie polega na:
- przeprowadzaniu symulacji komputerowych z zadaniem obiektem lub procesem;
  - opracowaniu układu równań opisujących dany obiekt lub proces;
  - badaniu właściwości modelu samego w sobie;
  - eksperymentowaniu z modelem, mając na celu predykcję zachowań dynamicznych oryginału.

EGZAMIN PSM 2018\_01

Imię Nazwisko .....

Nr indeksu .....

13. Model numeryczny symulacji ruchu dowolnego obiektu wynika:
- z analizy modelu fizycznego;
  - z analizy modelu matematycznego;
  - z analizy modelu fizycznego i matematycznego.
14. Pojęcie równowagi Nasha występuje:
- w grach kooperacyjnych;
  - w grach niekooperacyjnych;
  - w każdym rodzaju gry.
15. Trzecie prawo Keplera brzmi:
- sześciany czasów obiegu Słońca przez dwie planety mają się do siebie tak, jak kwadraty dużych półosi torów tych planet;
  - kwadraty czasów obiegu Słońca przez dwie planety mają się do siebie tak, jak sześciangy dużych półosi torów tych planet;
  - w ruchu planet po orbicie prędkość liniowa każdej planety jest wielkością stałą.

**Pytania i problemy otwarte**

Liczba punktów do zdobycia: 75

1. Rozwiąż analitycznie następujące równania różniczkowe: 15 pkt.
- $(x + 2x^3)dx + (y + 2y^3)dy = 0$ ,
  - $y - x y' = a(1 + x^2 y')$ ,
  - $(1 + e^x)yy' = e^x, y(0) = 1$ .
2.  Opisz metodę otrzymywania fraktala Sierpińskiego wewnątrz trójkąta. 5 pkt
3.  Czym się różni proces modelowania od procesu symulacji? 5 pkt
4. Dlaczego analityczne metody dokładne nie zawsze dają w obliczeniach numerycznych dobre wyniki? *przybliżenie vs. bezpośrednie liczenie* 5 pkt
5.  W jaki sposób można znaleźć wartość liczby  $\pi$  metodą Monte Carlo? Kto jest autorem tej metody? 5 pkt
6.  Opisz podobieństwa i różnice duopolu Cournota i duopolu Bertranda. 5 pkt
- \* 7.  Zaproponuj algorytm działania automatu komórkowego realizujący grę w życie (Game of Life) z uwzględnieniem drugich sąsiadów. 10 pkt
- \* 8.  Jakie są zalety i wady symulacji komputerowych? 5 pkt
9.  Zaproponuj macierz wypłat dla wybranej przez siebie gry dwuosobowej (opisz tę grę i zaproponuj ewentualną strategię). 10 pkt
- \* 10.  Jaki wpływ na wynik rzutu ukośnego ma tarcie? (Uwaga: nie wystarczy napisać, że wpływ będzie duży lub mały. Opisz przebieg zjawiska.) 10 pkt



3. O ile model jest konstrukcją statyczną, o tyle modelowanie jest procesem i wiąże ono ze sobą model, zbiór relacji korespondencyjnych oraz systemy weryfikujące. Modelowanie jako proces często utożsamiane jest z symulacją. Tak jednak nie jest, jako że modelowanie jest związane ze strukturą wewnętrzną modelu, **symulacja** zaś to eksperymentowanie z modelem, użycie go do określonego programu badawczego.

5. Aby policzyć numerycznie wartość tego pola pod krzywą  $y = \sin(x)$ , musimy poznać wartość liczby  $\pi$ . Jaka to wartość? Tu również może nam pomóc metoda Monte Carlo. Postępowanie jest następujące:

- 1 wpisz koło o promieniu  $R = 1$  do kwadratu o współrzędnych wierzchołków  $(-1, -1)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(1, 1)$  i  $(1, -1)$ ,
- 2 wrzucić losowo  $m$  punktów do kwadratu,
- 3 po wylosowaniu każdego z tych punktów sprawdzić, czy jego współrzędne spełniają nierówność  $x^2 + y^2 \leq 1$ , czyli czy wylosowany punkt należy do koła.

Wynikiem tej procedury jest informacja, że z  $n$  wszystkich prób  $k$  było trafionych do wnętrza okręgu. Pole koła  $P_k$  dane jest wzorem  $P_k = \pi R^2$ , a z metody Monte Carlo wynika, że

$$P_k = P \frac{k}{m},$$

gdzie  $P$  jest polem kwadratu opisanego na tym kole, czyli  $P = 4$ . Porównując te dwa wzory otrzymujemy wartość liczby  $\pi$ :

$$\pi = \frac{4k}{m}.$$

6. **Model Cournota** – to najbardziej popularny model konkurencji niedoskonałej<sup>[1]</sup>. Po raz pierwszy został zaproponowany w 1838 roku przez francuskiego ekonomistę **Antoine'a Augustina Cournota**. Zgodnie z założeniami modelu każde z przedsiębiorstw w **oligopolu** wybiera poziom swojej produkcji dążąc do maksymalizacji zysku i przyjmując wielkość produkcji konkurentów za daną. Zakłada się również, że produkowane przez wszystkie firmy dobra są identyczne i mają jednakową cenę. Od modelu **Bertranda** różni się głównie tym, że firmy decydują nie o cenie, lecz zamiast tego o poziomie swojej produkcji.

**Model Bertranda** – popularny model konkurencji niedoskonałej. Po raz pierwszy został zaproponowany w 1883 roku przez francuskiego ekonomistę **Joseph'a Louisa François Bertranda**. Zgodnie z założeniami modelu każde z przedsiębiorstw w **oligopolu** wybiera poziom swojej ceny, dążąc do maksymalizacji zysku i przyjmując ceny ustalone przez konkurentów za dane. Zakłada się również, że produkowane przez wszystkie firmy dobra są identyczne. Od modelu **Cournota** różni się głównie tym, że firmy decydują nie o wielkości produkcji, lecz zamiast tego o poziomie cen swoich produktów.

## 2. Trójkąt Sierpińskiego jako rezultat Gry w chaos

Ciekawym algorytmem pozwalającym otrzymać trójkąt Sierpińskiego jest gra w chaos. Narysujmy trójkąt równoboczny  $ABC$ , i definiujmy  $D_0 :=$  punkt  $A$ . Następnie należy wielokrotnie powtórzyć następującą operację: losowo wybieramy jeden z punktów  $A$ ,  $B$  lub  $C$ , rysujemy punkt w połowie odległości między  $D_n$  i wybranym punktem. Nowo narysowany punkt oznaczamy przez  $D_{n+1}$ . Każdy punkt  $D_n$  będzie należeć do trójkąta Sierpińskiego, i cały trójkąt Sierpińskiego będzie prawie na pewno domknięciem zbioru  $D_0, D_1, \dots$