ZALICZENIE ĆWICZEŃ
grupa B

1. Niech $T = \{1, 2, 3\}$ oraz $A_i = \{\frac{i^2}{i}, \frac{i^2}{i+1}, \frac{i^2}{i+2}, \ldots, \frac{i^2}{i+1}\}$. Wówczas:
   (a) $\bigcup_{i\in T}(A_i) = \mathbb{N}$, (b) $\bigcap_{i\in T}(A_i) = \{1\}$, (c) $A_2 \backslash A_1 = \{1\}$.
2. Niech uniwersum relacji r będzie zbiór $2^{\mathbb{Z}}$, gdzie $r = \{(A, B) : A \setminus B = \emptyset\}$. Relacja r jest
   (a) przeciwzwrotna, (b) antysymetryczna, (c) przechodnia.
3. Rozważmy relację określoną w zbiorze liczb całkowitych bez zera zdefiniowaną następująco: $(x, y) \in r$ wttw $2^{xy} > 1$. Wówczas:
   (a) $[1] \cup [-1] = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, (b) $[1] = [-1]$, (c) $[1] \cap [-1] = \{0\}$.
4. Dana jest funkcja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$, dla $x \geq 0$ i $f(x) = -\sqrt{-x}$, dla $x < 0$. Wskaż zdania prawdziwe.
   (a) f jest bijekcją, (b) $f^{-1}(x) = x^2$, (c) $f^{-1}(Y) = [-1, 3]$ dla $Y = [-1, 3]$.
5. Rozważmy następujące funkcje zmiennej naturalnej n:
   $f(n) = n^3$,
   $g(n) = n^2 \lg n$,
   $h(n) = \sqrt{n}$.
   Które z następujących ograniczeń jest prawdziwe?
   (a) $f(n) = \Omega(g(n))$,
   (b) $g(n) = \Theta(h(n))$,
   (c) $h(n) = O(f(n) + g(n))$.
6. Rozważmy relację $r = \{(X, Y) : X \subseteq Y\}$ określoną w zbiorze $U = P(\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\})$. Wówczas
   (a) relacja r porządkuje zbiór U liniowo, (b) elementem maksymalnym w zbiorze U jest zbiór $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, (c) $\sup\{\{2, 4\}, \{4, 8\}\} = 8$.
7. Formuła $((p \wedge q) \to r) \to ((p \vee q) \to r)$
   (a) jest tautologią rachunku zdań,
   (b) jest spełniona przez wartościowanie $v(p) = v(q) = v(r) = 0$,
   (c) jest falsyfikowalna przez wartościowanie $v(p) = v(q) = v(r) = 1$.
8. Rozumowanie: "Jeżeli dana wejściowa programu P spełnia warunek W1, to dana wyjściowa spełnia warunek W2 lub W3. Zatem jeżeli dana wyjściowa nie spełnia warunku W3, to dana wejściowa nie spełnia warunku W1." jest
   (a) poprawne, (b) niepoprawne, (c) tautologią.
9. Formuła $x \in U \wedge A \subseteq U \wedge \forall a\, (a \in A \to a \leqslant x)$ opisuje zdanie:
   (a) element x zbioru U jest ograniczeniem górnym zbioru $A \subseteq U$
   (b) element x zbioru U jest supremum zbioru $A \subseteq U$
   (c) element x zbioru U jest nie jest ograniczeniem górnym zbioru $A \subseteq U$
10. W strukturze liczb całkowitych prawdziwa jest formuła:
    (a) $\exists p \forall k\, (p + k = 3)$ (b) $\forall k \exists p\, (p + k = 3)$ (c) $\forall k \exists p\, (p \cdot k = 3)$
11. Które z poniższych zdań jest prawdziwe dla dowolnych zbiorów $A \neq \emptyset$ i B:
    (a) jeżeli $|A| = n$ i $|B| = n$, to $|A \times A| = |B \times B|$
    (b) jeżeli $|A| = n$ i $B \subset A$, to $|A \times B| = |B \times A|$
    (c) jeżeli $|A| = n$ i $B = \emptyset$, to $|A \times B| = |B \times B|$

12. Niech $\Sigma = \{a\}$ oraz $X = \{w \in \Sigma^* : |w| \leq 3\}$, wtedy:
(a) $P(X) = \{a, aa, aaa\}$ (b) $|P(X)| = 16$ (c) $\Sigma \in P(X)$

13. Niech uniwersum relacji r będzie zbiór wszystkich słów nad alfabetem $\sum = \{0, 1\}$, wtedy:
(a) jeżeli relacja r jest przeciwzwrotna, przeciwsymetryczna i przechodnia, to r jest zbiorem skończonym
(b) jeżeli relacja r jest symetryczna i przeciwsymetryczna, to r jest zbiorem skończonym
(c) jeżeli relacja r nie jest spójna, to r jest zbiorem skończonym

14. Niech r będzie relacją taką, że $r = \{(a, b) \in \mathbb{N}^2 : b|a\}$, wtedy:
(a) relacja r nie jest relacją porządku częściowego w zbiorze $\mathbb{N}$
(b) relacja r jest relacją porządku liniowego w zbiorze $\mathbb{N}$
(c) relacja r^{-1} jest relacją dobrego porządku w zbiorze $\mathbb{N}$

15. Jeżeli skończony zbiór jest liniowo uporządkowany, to posiada:
(a) element maksymalny (b) element minimalny (c) element największy lub element najmniejszy

16. Niech $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ będzie funkcją taką, że:
(a) $f(x) = x + 1$, wtedy $f^{-1}(x) \neq x - 1$
(b) $f(x) = -x + 1$, wtedy $f^{-1}(x) = -x + 1$
(c) $f(x) = x^3 + 1$, wtedy funkcja f^{-1} nie istnieje

17. Który z poniższych ciągów funkcji jest uporządkowany rosnąco względem rzędów funkcji składowych:
(a) $\lg n^2$, $\sqrt{n}$, $n\sqrt{n}$, $\lg n!$
(b) $n \lg n$, $n\sqrt{n}$, 2^n, $9^{\frac{n}{2}}$
(c) $2^{\lg n}$, $n^2, n!$, $(n-1)^{n-2}$

18. Dla którego z poniższych stwierdzeń istnieje kontrprzykład:
(a) jeżeli $a \in \mathbb{N}$ i $b \in \mathbb{Z}$, to $a \cdot |b| < c$, gdzie c dowolną liczbą naturalną
(b) jeżeli $a \in \mathbb{N}$ i $b \in \mathbb{Z}$, to $a \cdot |b| \geq c$, gdzie c dowolną liczbą całkowitą ujemną
(c) $\sqrt{x} = z$ wtedy i tylko wtedy, gdy $z \geq 0$, gdzie $x, z \in \mathbb{R}$

19. Niech $p \leftrightarrow q$ oraz $q \to r$ i r będą zbiorem przesłanek, wtedy:
(a) zbiór ten jest niesprzeczny
(b) wnioskiem ze zbioru przesłanek jest stwierdzenie $p \wedge q$
(c) wnioskiem ze zbioru przesłanek jest stwierdzenie $r \to p$

20. Relacja $\{(a, a), (a, b), (a, c), (b, b), (b, c), (c, c)\}$ jest w zbiorze $\{a, b, c\}$ relacją porządku:
(a) częściowego
(b) liniowego
(c) dobrego

TABLICA WYNIKÓW

zadanie	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
odpowiedz										
zadanie	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
odpowiedz										