Wykład 5 – zadania domowe

1. Które z iloczynów A^2B, AB^2, BA^2, B^2A istnieją i wyjaśnić dlaczego. Oblicz te które istnieją jeżeli:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 7 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Istnieje tylko iloczyn AB^2, ponieważ w przypadku:

- A^2B, BA^2 - nie istnieje macierz A^2 bo liczba kolumn macierzy A nie jest równa liczbie wierszy tej macierzy.
- B^2A - liczba kolumn macierzy B^2 nie jest równa liczbie wierszy macierzy A

$$AB^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 4 & 11 & 4 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 15 & -1 \\ 4 & 32 & 32 \end{bmatrix}$$

2. Rozwiązać równanie macierzowe:

$$X + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\left(X - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$X + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \frac{X}{2} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{X}{2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{X}{2} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 0 & -8 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Oblicz $AA^T - 2BB^T$, jeżeli:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 6 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}, \quad B^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AA^T = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 6 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 14 \\ 14 & 110 \end{bmatrix}$$

$$BB^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AA^T - 2BB^T = \begin{bmatrix} 14 & 14 \\ 14 & 110 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 14 \\ 14 & 110 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 12 \\ 12 & 106 \end{bmatrix}$$

4. Oblicz:

$$\left(2\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 9 & -1 \end{bmatrix}$$