A 05.02.2007

Egzamin z ALGEBRY LINIOWEJ

Imię i nazwisko, nr:

Grupa:

<u>UWAGA: KAŻDE ZADANIE PROSZĘ ROZWIĄZYWAĆ NA OSOBNEJ KARTCE (NIE STRONIE)</u>

1. (15p) Niech $z_1=3+2i$, $z_2=2-2i$, $z_3=-4-i$. Oblicz
   a) $\sqrt[3]{z_1+z_2+z_3}$ oraz **(5p)**
   b) $(z_1+z_2+z_3)^{100}$. **(5p)**

   Podaj interpretację graficzną <u>wszystkich</u> wykonywanych działań. **(5p)**

2. (20p) Niech $W=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in R^4 : x_1=2x_4, x_3-2x_2-x_4=0\}$.
   Sprawdź czy W jest podprzestrzenią R^4 **(5p)**.
   Jeśli tak, znajdź bazę W **(5p)**,
   a następnie znajdź w tej bazie współrzędne wektorów
   a) a=(1,1,1,1) oraz **(5p)**
   b) b=(2,1,3,1) **(5p)**

   Jeżeli jest to niemożliwe, <u>uzasadnij</u>.

3. (15p) Podaj rozwiązania układu równań w zależności od wartości parametrów p i q: $\begin{cases} px+qy=2pq \\ qx+py=p^2+q^2 \end{cases}$ **(15p)**

4. (20p) Dane jest przekształcenie
   $$F: R^3 \to R^4, F(x,y,z)=(x+y-z, x-y+z, x, -y).$$
   a) Udowodnij liniowść przekształcenia F, **(5p)**
   b) Znajdź macierz przekształcenia, **(3p)**
   c) bazy *Ker F*, *Im F*, **(10p)**
   d) podaj *dim Ker F* oraz *dim Im F*. **(2p)**

5. (20p) Dane jest przekształcenie liniowe
   $$F: R^3 \to R^3, F(x,y,z)=(x, y+z, z)$$
   Znajdź
   a) wartości własne, **(5p)**
   b) wektory własne, **(5p)**
   c) przestrzenie odpowiadające wartościom własnym. **(5p)**
   d) Czy istnieje baza przestrzeni R^3 złożona z wektorów własnych. **(5p)**
   <u>Odpowiedź uzasadnij</u>.