

Zadania z Matematyki Dyskretnej – Relacje

- Niech $A = \{a, b, c, d, e\}$. Relację R zdefiniujemy jako: $R = \{(a, a), (a, b), (b, c), (b, d), (a, d), (c, d), (e, e), (a, c), (e, d)\}$. Narysuj graf tej relacji. Czy relacja jest zwrotna, symetryczna, przechodnia, antysymetryczna, przeciwzwrotna? Jak należałoby uzupełnić relację, lub które pary z niej usunąć, żeby miała wcześniej wymienione własności?
- Zaznacz w tabeli, które z wymienionych relacji są zwrotne, symetryczne, przechodnie, antysymetryczne i przeciwzwrotne :

	zwrotna	symetryczna	przechodnia	antysymetryczna	przeciwzwrotna
=					
\neq					
<					
\leq					
\subseteq					
\perp					
S					
P					
K					
\emptyset					
F					
A					
B					
C					
M					
D					
E					

Gdzie:

$=, \neq, <, \leq$ określone są na zbiorze \mathbb{N} i zdefiniowane zgodnie z przyjętym znaczeniem

\subseteq oznacza zawieranie w zbiorze podzbiorów zbioru \mathbb{N}

| oznacza relację podzielności na zbiorze $\mathbb{N} - \{0\}$

\perp i || oznaczają prostopadłość i równoległość prostych na płaszczyźnie

\emptyset oznacza relację pustą

F oznacza relację pełną

$xSy \Leftrightarrow x$ jest synem y

$xPy \Leftrightarrow x$ jest potomkiem y

$xKy \Leftrightarrow x$ i y mają wspólną babkę

$xAy \Leftrightarrow 2|x + y$ gdzie $x, y \in \mathbb{Z}$,

$xBy \Leftrightarrow 3|x + y$ gdzie $x, y \in \mathbb{Z}$

$xCy \Leftrightarrow 3|x - y$ gdzie $x, y \in \mathbb{Z}$

$xMy \Leftrightarrow m|x - y$ gdzie $x, y \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{N}$ – ustalone

$xDy \Leftrightarrow xy = 4$ gdzie $x, y \in \mathbb{R}$

$xEy \Leftrightarrow [x] = [y]$ gdzie $x, y \in \mathbb{N}$

3. Które z relacji z tabelki są relacjami równoważności? Znajdź klasy abstrakcji.
4. Podać przykłady relacji:
 - (a) która jest przeciwzwrotna i symetryczna, ale nie jest przechodnia,
 - (b) która jest przechodnia i symetryczna, ale nie jest zwrotna,
 - (c) która jest przechodnia i zwrotna, ale nie jest antysymetryczna.
5. Niech relacje R_1 i R_2 będą relacjami równoważności. Czy relacjami równoważności będą również: $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_1 \cup R_2$, $R_1 \oplus R_2$, R_1^c .
6. Płaszczyznę \mathbb{R}^2 dzielimy na okręgi o środku w punkcie 0. Zapisz relację równoważności, której klasami są te okręgi.