Godzina 17. Grupa A

1. Niech $A, B \subseteq U$. Czy następujące zdanie jest prawdziwe? Uzasadnij odpowiedź.

$[(A \cap B) \cup B^c]^c = B \backslash A$

2. Sprawdzić, czy następująca relacja jest zwrotna, przeciwzwrotna, symetryczna, antysymetryczna i przechodnia. Na tej podstawie stwierdzić, czy jest relacją równoważności. Jeśli tak, to określić jej klasy równoważności.

$R \subseteq \mathbb{Z}^2, (n, m) \in R \Leftrightarrow 4|n - m,$

3. Niech $\Sigma = \{a, b\}$ będzie alfabetem. Dla $w_1, w_2 \in \Sigma^*$ powiemy, że $w_1 \preceq w_2$, jeśli w Σ^* istnieje słowo w takie, że $w_2 = w_1 w$. Czy $\preceq$ jest częściowym porządkiem w zbiorze Σ^*? Jesli tak to narysuj diagram Hassego dla zbioru słów $\{\lambda, a, b, ab, aab, bbba, abba\}$. Wskaż, o ile istnieją, elementy najmniejszy, najwiekszy, maksymalne, minimalne. Podaj przykład łańcucha.

4. Niech $f : R \to R$ i $f(x) = x^2 - 4x$. Czy f jest różnowartościowa? Czy jest "na"? Uzasadnij odpowiedź.

Znajdź: $f((1, 5))$, $f^{\leftarrow}(f((4, 5)))$

5. Sprawdzić, czy jest tautologią:

$p \to (q \to (p \to (q \wedge \neg(r \vee p))))$,

Godzina 17. Grupa B

1. Niech $A, B \subseteq U$. Czy następujące zdanie jest prawdziwe? Uzasadnij odpowiedź.$(A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A))$

$(A \oplus B)^C = A^C \oplus B^C$

2. Sprawdzić, czy następująca relacja jest zwrotna, przeciwzwrotna, symetryczna, antysymetryczna i przechodnia. Na tej podstawie stwierdzić, czy jest relacją równoważności. Jeśli tak, to określić jej klasy równoważności.

$R \subseteq \mathbb{R}^2, (x, y) \in R \Leftrightarrow x^2 = y^2,$

3. Niech $\Sigma = \{a, b\}$ będzie alfabetem. Dla $w_1, w_2 \in \Sigma^*$ powiemy, że $w_1 \preceq w_2$, jeśli w Σ^* istnieje słowo w takie, że $w_2 = w w_1$. Czy $\preceq$ jest częściowym porządkiem w zbiorze Σ^*? Jesli tak to narysuj diagram Hassego dla zbioru słów $\{a, aa, ba, aba, baa, baba, bbaa\}$. Wskaż, o ile istnieją, elementy najmniejszy, najwiekszy, maksymalne, minimalne. Podaj przykład łańcucha.

4. Niech $f : R \to R$ i $f(x) = x^2 - 4$. Czy f jest różnowartościowa? Czy jest "na"? Uzasadnij odpowiedź.

Znajdź: $f((-3, 1))$, $f^{\leftarrow}(f((1, 2)))$

5. Sprawdzić, czy jest tautologią:

$(q \wedge (\neg p \to r)) \to ((q \wedge r) \vee (p \wedge r))$, Godzina 19. Grupa A

1. Niech $A, B \subseteq U$. Czy następujące zdanie jest prawdziwe? Uzasadnij odpowiedź.

$[(A \cup B) \cap B^c]^c = B \backslash A$

2. Sprawdzić, czy następująca relacja jest zwrotna, przeciwzwrotna, symetryczna, antysymetryczna i przechodnia. Na tej podstawie stwierdzić, czy jest relacją równoważności. Jeśli tak, to określić jej klasy równoważności.

$R \subseteq \mathbb{Z}^2, (n, m) \in R \Leftrightarrow 7 | n - m,$

3. Niech $\Sigma = \{a, b\}$ będzie alfabetem. Niech $\forall w \in \Sigma^* \quad f(w)$ oznacza liczbę wystąpień litery b w słowie w. Dla $w_1, w_2 \in \Sigma^*$ powiemy, że $w_1 \preceq w_2$, jeśli $f(w_1) \leqslant f(w_2)$. Czy $\preceq$ jest częściowym porządkiem w zbiorze Σ^*? Jeśli tak to narysuj diagram Hassego dla zbioru słów $\{a, aa, ba, aba, baa, baba, bbaa\}$. Wskaż, o ile istnieją, elementy najmniejszy, najwiekszy, maksymalne, minimalne. Podaj przykład łańcucha.

4. Niech $f : [0, 4\pi] \to R$ i $f(x) = cos\frac{x}{2}$. Czy f jest różnowartościowa? Czy jest "na"? Uzasadnij odpowiedź.

Znajdź: $f((0, 3\pi))$, $f^{\leftarrow}(f((2\pi, 3\pi)))$

5. Sprawdzić, czy jest tautologią:

$((p \to q) \to r) \to ((p \wedge q) \vee \neg r),$

Godzina 19. Grupa B

1. Niech $A, B \subseteq U$. Czy następujące zdanie jest prawdziwe? Uzasadnij odpowiedź. $(A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A))$

$(A \oplus B)^C = A \oplus B$

2. Sprawdzić, czy następująca relacja jest zwrotna, przeciwzwrotna, symetryczna, antysymetryczna i przechodnia. Na tej podstawie stwierdzić, czy jest relacją równoważności. Jeśli tak, to określić jej klasy równoważności.

$R \subseteq \mathbb{R}^2, (x, y) \in R \Leftrightarrow x^3 = y^3.$

3. Niech $\Sigma = \{a, b\}$ będzie alfabetem. Niech $\forall w \in \Sigma^* \quad f(w)$ oznacza liczbę wystąpień litery a w słowie w. Dla $w_1, w_2 \in \Sigma^*$ powiemy, że $w_1 \preceq w_2$, jeśli $f(w_1) \leqslant f(w_2)$. Czy $\preceq$ jest częściowym porządkiem w zbiorze Σ^*? Jeśli tak to narysuj diagram Hassego dla zbioru słów $\{a, aa, ba, aba, baa, baba, bbaa\}$. Wskaż, o ile istnieją, elementy najmniejszy, najwiekszy, maksymalne, minimalne. Podaj przykład łańcucha.

4. Niech $f : [0, \pi] \to R$ i $f(x) = \sin 2x$. Czy f jest różnowartościowa? Czy jest "na"? Uzasadnij odpowiedź.

Znajdź: $f((0, \frac{3}{4}\pi))$, $f^{\leftarrow}(f((0, \frac{\pi}{8})))$

5. Sprawdzić, czy jest tautologią:

$((p \vee \neg r) \wedge q) \to (\neg(p \wedge q) \vee r).$