

Mniej więcej można się spodziewać zadań sformułowanych tak, jak na tym egzaminie sprzed 2 lat.

1. (5 pkt.) Czy dopełnienie różnicy symetrycznej dwóch zbiorów jest zawsze równe różnicy symetrycznej ich dopełnień?
2. (5 pkt.) Rozważmy zbiór \mathcal{M} macierzy kwadratowych $n \times n$ o elementach rzeczywistych. Określmy następującą relację na \mathcal{M} :

$$(A, B) \in r \Leftrightarrow \exists C \in \mathcal{M} : (\det(C) \neq 0 \quad \wedge \quad B = C^{-1}AC)$$

Pokaż, że r jest relacją równoważności.

3. (4 pkt.) Zakładając, że $p(x)$ oznacza predykat „ x jest liczbą pierwszą”, a $e(x)$: „ x jest liczbą parzystą”, wyraż w języku logiki następujące stwierdzenia:
 - a. Każdą liczbę parzystą ≥ 4 można przedstawić, jako sumę dwóch liczb pierwszych.
 - b. Każda liczba naturalna większa od 2 dzieli się bez reszty przez pewną liczbę pierwszą.
4. (6 pkt.) Podaj przykład zbioru i relacji na nim określonej (po jednym przykładzie do każdego z podpunktów), która jest
 - a. asymetryczna, a jednocześnie jest symetryczna.
 - b. symetryczna i przechodnia, ale nie jest zwrotna.
 - c. niepusta i spójna, a jednocześnie jest relacją częściowego porządku.
5. (15 pkt.) Ze zbioru dwóch kul białych i dwóch czarnych losujemy dwie. Przy założeniu, że wybór każdej z czterech kul był jednakowo prawdopodobny, określ model probabilistyczny oraz oblicz prawdopodobieństwo tego, że
 - a. wylosowane kule są różnego koloru
 - b. druga z wylosowanych kul jest czarna
 - c. druga z wylosowanych kul jest czarna, pod warunkiem, że pierwsza jest czarna.
 - d. druga z wylosowanych kul jest czarna pod warunkiem, że pierwsza jest biała.
 - e. z wylosowanych kul wylosujemy w kolejnym losowaniu kulę czarną pod warunkiem, że nie wylosowaliśmy za pierwszym razem dwóch kul białych.
6. (nadobowiązkowe) Rozważmy zbiór \mathbb{N} . Określmy relacje równoważności ρ i σ na \mathbb{N} :

$$x\rho y \Leftrightarrow 12|(x - y), \quad x\sigma y \Leftrightarrow 15|(x - y),$$

- a. Czy relacja $\rho \cap \sigma$ jest relacją równoważności?
- b. Czy relacja $\rho\sigma$ jest relacją równoważności?
- c. Czy relacja $\rho \cup \sigma$ jest relacją równoważności?
- d. Ile elementów ma zbiór $\mathbb{N}/(\rho \cap \sigma)$?