

p	q	$p \vee q$	p	q	$p \wedge q$	p	q	$p \Rightarrow q$	p	q	$p \Leftrightarrow q$
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Zadanie 1:

Które z następujących wyrażeń są zdaniami? Podaj wartości logiczne tych zdań.

- a) 2 jest liczbą pierwszą lub nie jest prawdą, że 3 jest liczbą parzystą

$$p \vee \neg q$$

$$w(p) = 1 ; w(q) = 0$$

$$w(p \vee \neg q) = 1$$

- c) liczba 4 jest dodatnia, a liczba 3 jest ujemna

$$p \wedge q$$

$$w(p) = 1 ; w(q) = 0$$

$$w(p \wedge q) = 0$$

- e) jeżeli $3 * 2 = 1$, to $\cos(2006^\circ) > \frac{1}{2}$

$$p \Rightarrow q$$

$$w(p) = 0 ; w(q) = \text{obojętna}$$

$$w(p \Rightarrow q) = 1$$

Zadanie 2:

Niech p, q, r i s będą następującymi zdaniami:

- $p = \text{wartość}(X) > 0$,
- $q = \text{wartość}(Y) > 0$,
- $r = \text{wyniki są wyświetlane na ekranie}$,
- $s = \text{wartość}(X) := \text{wartość}(X) + 1$.

Zapisz każde z poniższych zdań za pomocą symboliki logicznej.

- a) jeśli nie jest prawdą, że $\text{wartość}(X) > 0$, to $\text{wartość}(X) := \text{wartość}(X) + 1$

$$\neg p \Rightarrow s$$

- b) wyniki są wyświetlane na ekranie wtedy i tylko wtedy, gdy $\text{wartość}(X) > 0$

$$r \Leftrightarrow p$$

Zadanie 3:

Określ wartość logiczną zdania:

- a) 1 jest liczbą pierwszą wtedy i tylko wtedy, gdy 1 jest liczbą niewymierną i 1 jest liczbą nieparzystą

$$p \Leftrightarrow q \wedge r ; w(p) = 0 , w(q) = 1 , w(r) = 0$$

$$w(p \Leftrightarrow q \wedge r) = 1$$

- b) 5 jest liczbą nieparzystą wtedy i tylko wtedy, gdy 2 jest liczbą nieparzystą lub 3 jest liczbą parzystą

$$p \Leftrightarrow q \vee r ; w(p) = 1 , w(q) = 0 , w(r) = 0$$

$$w(p \Leftrightarrow q \vee r) = 0$$

- c) jeśli 2 jest liczbą parzystą, to 4 jest liczbą nieparzystą lub 5 jest liczbą nieparzystą

$$p \Rightarrow q \vee r ; w(p) = 1 , w(q) = 0 , w(r) = 1$$

$$w(p \Rightarrow q \vee r) = 1$$

- d) jeśli 2 nie jest liczbą naturalną, to $\ln(3,24) > 5$ lub $\log(3,24) > 5$

$$p \Rightarrow q \vee r ; w(p) = 0 , w(q) = 0 , w(r) = 0$$

$$w(p \Rightarrow q \vee r) = 1$$

e) jeśli $\sin 5 > \frac{1}{2}$, to 5 jest liczbą nieparzystą

$$p \Rightarrow q ; w(p) = 1 , w(q) = 1$$

$$w(p \Rightarrow q) = 1$$

f) jeśli $\ln e > \frac{1}{2}$, to $\ln 100 > \frac{1}{2}$ i $\ln 1 > \frac{1}{2}$

$$p \Rightarrow q \wedge r ; w(p) = 1 , w(q) = 1 , w(r) = 0$$

$$w(p \Rightarrow q \wedge r) = 0$$

Zadanie 4:

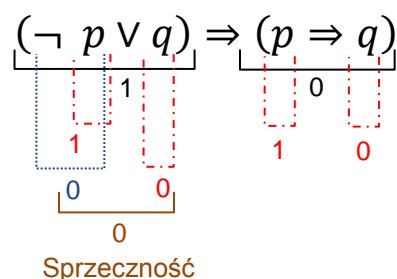
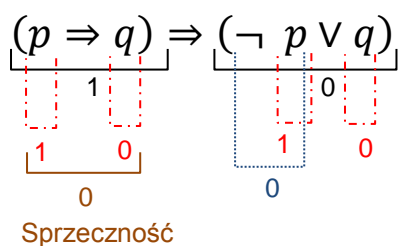
Wykaż, że następujące wyrażenia są tautologiami rachunku zdań. Zastosuj dwie metody: „zerojedynkową” i „nie wprost”.

a) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$ – określenie implikacji za pomocą alternatywy

Metoda „zerojedynkowa”:

p	q	α		β		$\alpha \Leftrightarrow \beta$
		$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$		
0	0	1	1	1		1
0	1	1	1	1		1
1	0	0	0	0		1
1	1	1	0	1		1

Metoda „nie-wprost”:

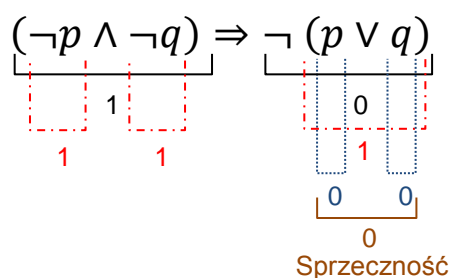
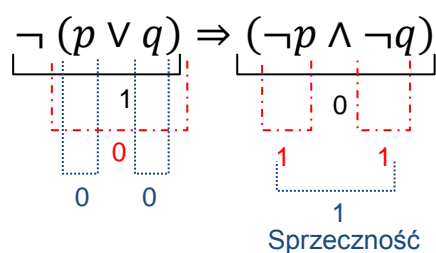


b) $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$ – prawo De Morgana

Metoda „zerojedynkowa”:

p	q	α			β		$\alpha \Leftrightarrow \beta$
		$\neg p$	$\neg q$	$\neg(p \vee q)$	$(\neg p \wedge \neg q)$		
0	0	1	1	1	1	1	
0	1	1	0	0	0	1	
1	0	0	1	0	0	1	
1	1	0	0	0	0	1	

Metoda „nie-wprost”:

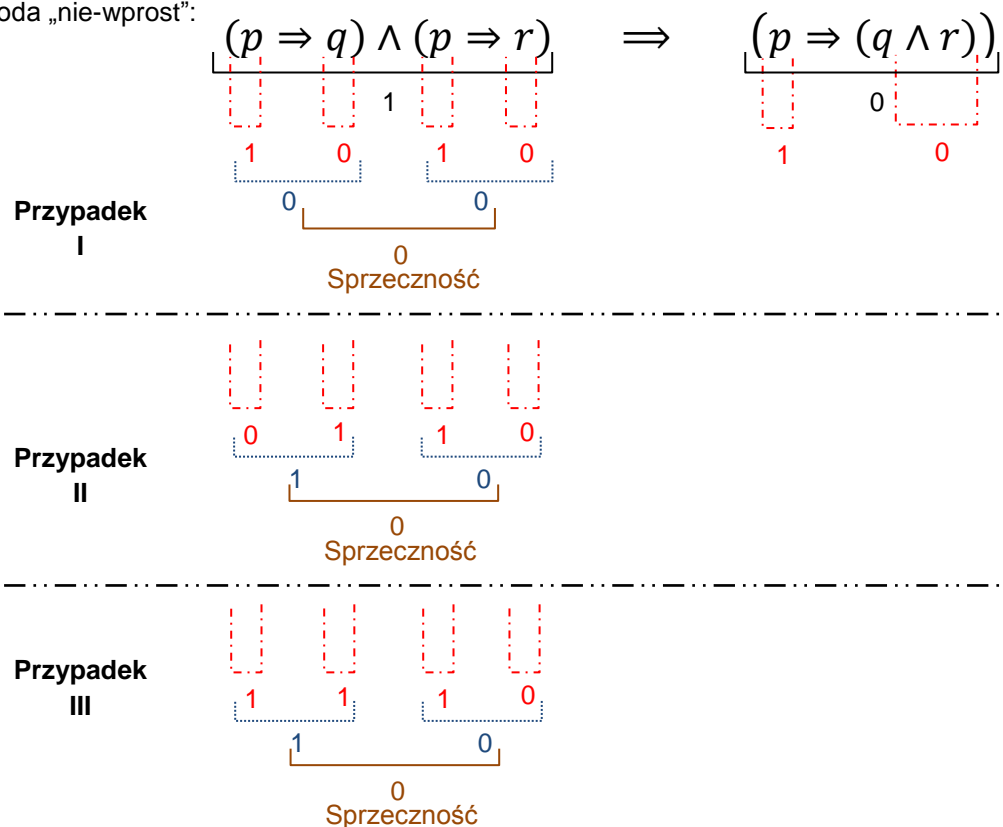


$$c) ((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)) \Leftrightarrow (p \Rightarrow (q \wedge r))$$

Metoda „zerojedynkowa”:

			β	γ	α	Θ		
p	q	r	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow r$	$q \wedge r$	$p \Rightarrow \alpha$	$\beta \wedge \gamma$	$\beta \wedge \gamma \Leftrightarrow \Theta$
0	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Metoda „nie-wprost”:



Zadanie 7:

Chcemy zbudować tabelę wartości logicznych dla formuły zawierającej n zmiennych. Ile wartościowań należy rozważyć?

Odp.: 2^n

Zadanie 18:

Zbadaj, czy podane rozumowanie jest poprawne. Jeśli tak, to wskaż regułę na której jest ono oparte.

Przyjmijmy, że $[f = \Theta(q)] = p$ i $[f = O(q)] = q$

a) Jeśli $f = \Theta(g)$, to $f = O(g)$. Wiem, że $f = \Theta(g)$. Zatem $f = O(g)$

$$\frac{p \Rightarrow q ; p}{q}$$

Odp.: Prawda

b) Jeśli $f = \Theta(g)$, to $f = O(g)$. Nieprawda, że $f = O(g)$. Zatem nieprawda, że $f = \Theta(g)$

$$\frac{p \Rightarrow q ; \neg q}{\neg p} \quad ((p \Rightarrow q) \wedge \neg q) \Rightarrow \neg p$$

Odp.: Prawda