

Imię i nazwisko:

Numer grupy:

Numer indeksu:

Zadanie 1 (8 pkt.)

Wyznacz granice:

a.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{5^{-n} + 5^n} \cdot \arctg n$

b.) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{e^x + e^{-x} - 2x^2}$

Zadanie 2 (8 pkt.)

Udowodnij, że granica nie istnieje:

a.) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{1}{x^2 + 2x - 3}$

b.) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + 2xy + 3y^2}{3x^2 + 2xy + y^2}$

Zadanie 3 (5 pkt.)Sprawdź dla jakich wartości parametrów a i b funkcja $y = f(x)$ jest ciągła

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{3x} & \text{gdy } x < 0 \\ ax + b & \text{gdy } x \in \langle 0, 1 \rangle \\ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{4}\right) & \text{gdy } x > 1 \end{cases}$$

Zadanie 4 (5 pkt.)Przybliż wartość wyrażenia $\sqrt[10]{e}$ wielomianem Taylora stopnia 4.Zadanie 5 (8 pkt.)

Znajdź (jeśli istnieją) ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = x^2 y - 3x^2 - 4y$$

Zadanie 6 (8 pkt.)

Wskaż przedziały wypukłości, wklęsłości i punkty przegięcia dla funkcji

$$f(x) = \ln(1 + x^2)$$

Zadanie 7 (8 pkt.)

Oblicz całki

a.) $\int_0^1 x e^{-x^2} dx$

b.) $\int (2x + 1) \ln x dx$

Imię i nazwisko:

Numer grupy:

Numer indeksu:

Zadanie 1 (8 pkt.)

Wyznacz granice:

$$\text{a.) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+2} \right)^{8n} \quad \text{b.) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{\ln(\cos 2x)}$$

Zadanie 2 (8 pkt.)

Udowodnij, że granica nie istnieje:

$$\text{a.) } \lim_{x \rightarrow 2} e^{\frac{1}{x-2}} \quad \text{b.) } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{(x-y)^3}{x^3+xy+y^3}$$

Zadanie 3 (5 pkt.)Sprawdź dla jakich wartości parametrów a i b funkcja $y=f(x)$ jest ciągła

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot \ln(x^2+1) & \text{gdy } x \leq 0 \\ b(x-1)^2 - a & \text{gdy } 0 < x \leq 1 \\ \frac{\sin(x-1)}{a-ax} & \text{gdy } x > 1 \end{cases}$$

Zadanie 4 (5 pkt.)Przybliż wartość wyrażenia $\ln 2$ wielomianem Taylora stopnia 4.Zadanie 5 (8 pkt.)

Znajdź (jeśli istnieją) ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = (x-3)^2 + xy + y^2 - 9y$$

Zadanie 6 (8 pkt.)

Wskaż przedziały wypukłości, wklęsłości i punkty przegięcia dla funkcji

$$f(x) = e^{-x^2}$$

Zadanie 7 (8 pkt.)

Oblicz całki

$$\text{a.) } \int_1^e x \ln x \, dx \quad \text{b.) } \int \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin x}} \, dx$$